

ANALISI MATEMATICA II

10 GENNAIO 2007– PROVA SCRITTA

Svolgere i primi due esercizi ed uno a scelta tra i rimanenti 2

Esercizio 1. Determinare l'immagine della restrizione della funzione

$$f(x, y) = \frac{xy^2 - x^2y}{x^2 + 1}$$

al bordo del triangolo di vertici $(0, 0)$, $(1, 1)$ e $(1, -1)$.

Esercizio 2. Sia $F(x, y, z) = (3x^2y - y^2 + z, x^3 - 2xy, x)$ un campo vettoriale assegnato. Calcolare il lavoro compiuto dal campo lungo la curva parametrizzata da

$$t \mapsto \left(\cos t, \sin t, \frac{t}{\pi} \right), \quad t \in [0, 2\pi]$$

Esercizio 3. Data $a \in \mathbb{R}$, risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = -2xy^2, \\ y(0) = a. \end{cases}$$

specificando per ogni valore di $a \neq 0$ il dominio della soluzione trovata.

Esercizio 4. Calcolare il volume del dominio D dato da

$$D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x \geq 0, y \geq 0, 0 \leq z \leq 9 - x^2 - 4y^2\}.$$

Durata della prova: 1h 30'. Giustificare le risposte fornite!