Facoltà di Ingegneria - CDL in Ingegneria per l'Ambiente e le Risorse

Analisi Matematica II

20 dicembre 2006– Prova scritta

Svolgere i primi due esercizi ed uno a scelta tra i rimananti 2

Esercizio 1. Determinare il dominio della seguente funzione e disegnarlo

$$g(x,y) = \frac{\ln(2^y - x) + \sqrt{-x}}{\sqrt{x^2 - y^2}}.$$

Esercizio 2. Calcolare l'insieme dei valori assunti dalla funzione

$$f(x,y) = x - 2y$$

nell'unione del triangolo T e del segmento S specificati come segue:

$$\begin{aligned} T =& \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : |x| + |y| \le 1, y \ge 0\} \\ S =& \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 3 \le x \le 4, y = 0\} \end{aligned}$$

Esercizio 3. Per ogni $a, b \in \mathbb{R}$, sia $y_{a,b}$ la soluzione del seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = -y + ax^2 + bx, \\ y(0) = 0, \\ y'(0) = 0 \end{cases}$$

Determinare (a,b) affinché $y_{a,b}(2\pi) = 2\pi$ e sia minimo il valore di $\int_0^{2\pi} \big(y''(x) - 1\big)^2 \mathrm{d}x$.

Esercizio 4. Dato il campo vettoriale

$$\vec{v}(x,y) = (y^2, -xy),$$

calcolare il seguente integrale curvilineo:

$$\int_\gamma 2 \left\langle \vec{v}, \vec{t} \right\rangle \, \mathrm{d}s$$

dove γ è la curva parametrizzata da

$$\theta \mapsto (\theta \cos\theta, \theta \sin\theta), \qquad \theta \in [\pi, 2\pi]$$

e $\vec{t}(\theta)$ è il versore tangente alla curva γ nel punto $\gamma(\theta)$, per ogni $\theta \in [\pi, 2\pi]$.

Durata della prova: 1h 30'. Giustificare le risposte fornite.