

## ANALISI MATEMATICA II

9 NOVEMBRE 2004– PROVA SCRITTA

**Svolgere al più tre dei seguenti esercizi.**

**Esercizio 1.** Determinare l'immagine della restrizione della funzione

$$f(x, y) = (|x| + \sqrt{1 - x^2})|y| - y^2$$

al cerchio di equazione  $x^2 + y^2 = 5$ .

**Esercizio 2.** Determinare, se esiste, una soluzione del seguente problema misto:

$$\begin{cases} y'' = -y - e^x - \sin x, \\ y(0) = 1, \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} y(x) = 0. \end{cases}$$

**Esercizio 3.** Stabilire se il campo vettoriale

$$(x, y) \mapsto (y^2 e^{xy^2}, 2xy e^{xy^2})$$

è conservativo. Calcolare poi il seguente integrale curvilineo

$$\oint_{\gamma} (y^2 e^{xy^2} + 1) dx + (2xy e^{xy^2} + xy) dy$$

dove  $\gamma$  è il bordo (percorso una sola volta, in senso orario) dell'insieme

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, y \leq -x^2 + x\}$$

*Suggerimento:* Usare la proprietà additiva degli integrali.

**Esercizio 4.** Per ogni  $a \in \mathbb{R}$  si consideri la funzione  $f_a : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  data da  $f_a(x) = \cosh(x + a)$ . Determinare per quale valore di  $a$  il grafico di  $f_a$  ha lunghezza minima.

**Durata della prova: 90 minuti — Giustificare i passaggi effettuati**