

ANALISI MATEMATICA II

15 LUGLIO 2004– PROVA SCRITTA

Svolgere **al più 3** dei seguenti esercizi

Esercizio 1. Determinare il dominio della seguente funzione e disegnarlo

$$g(x, y) = \frac{\ln(2^y - x) + \sqrt{-x}}{\sqrt{x^2 - y^2}}.$$

Esercizio 2. Calcolare l'insieme dei valori assunti dalla funzione

$$f(x, y) = x - 2y$$

nell'unione del triangolo T e del segmento S specificati come segue:

$$\begin{aligned} T &= \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| + |y| \leq 1, y \geq 0\} \\ S &= \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 3 \leq x \leq 4, y = 0\} \end{aligned}$$

Esercizio 3. Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = (x + 1)y^2 \\ y(0) = -1/a^2 \end{cases}$$

specificando, per ogni valore di a il dominio della soluzione trovata.

Esercizio 4. Dato il campo vettoriale

$$\vec{v}(x, y) = (y^2, -xy),$$

calcolare il seguente integrale curvilineo:

$$\int_{\gamma} 2 \langle \vec{v}, \vec{t} \rangle \, ds$$

dove γ è la curva parametrizzata da

$$\theta \mapsto (\theta \cos \theta, \theta \sin \theta), \quad \theta \in [\pi, 2\pi]$$

e $\vec{t}(\theta)$ è il versore tangente alla curva γ nel punto $\gamma(\theta)$, per ogni $\theta \in [\pi, 2\pi]$.

Durata della prova: 1h 30'. Giustificare le risposte fornite.