

ANALISI MATEMATICA II

11 NOVEMBRE 2003– PROVA SCRITTA

Svolgere 3 dei seguenti esercizi

Esercizio 1. Disegnare il dominio della seguente funzione:

$$f(x, y) = \sqrt{y + \sqrt{x^2 - 1}}.$$

Esercizio 2. Calcolare l'area della superficie parametrizzata da

$$\varphi(u, v) = (u \cos v, u \sin v, v)$$

con $u \in [0, 1]$ e $v \in [0, \pi]$.

Esercizio 3. Determinare i valori del parametro $\alpha > 0$ tale che la soluzione $y_\alpha(x)$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y''(x) = -\alpha y'(x), \\ y(0) = 1, \\ y'(0) = -1, \end{cases}$$

soddisfi $\lim_{x \rightarrow +\infty} y_\alpha(x) = 0$.

Esercizio 4. Dato il campo vettoriale $\vec{v}(x, y) = (y^2, -xy)$, calcolare il seguente integrale curvilineo:

$$\int_{\gamma} \langle \vec{v}, \vec{t} \rangle \, ds$$

dove γ è la curva parametrizzata da

$$\theta \mapsto (\theta \cos \theta, \theta \sin \theta), \quad \theta \in [\pi, 2\pi]$$

e $\vec{t}(\theta)$ è il vettore tangente alla curva γ nel punto $\gamma(\theta)$, per ogni $\theta \in [\pi, 2\pi]$.

Durata della prova: 2 ore. Giustificare tutte le risposte fornite!