

ANALISI MATEMATICA II

7 LUGLIO 2003– PROVA SCRITTA

Svolgere 3 dei seguenti esercizi

Esercizio 1. Determinare l'immagine della restrizione della funzione

$$f(x, y) = \frac{y \sin(2x^2 + y - \pi)}{x^2 - 2y + \pi}$$

alla parabola di equazione $y = -2x^2 + \pi/2$.

Esercizio 2. Disegnare il solido

$$T = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq z \leq \sqrt{x^2 + y^2} \leq 9\}$$

e calcolarne il volume V . Calcolare poi il baricentro di T .

Suggerimento: Ricordarsi che, se $G = (\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$ è il baricentro, allora

$$\bar{z} = \frac{1}{V} \iiint_T z \, dx dy dz.$$

Esercizio 3. Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'(x) = \frac{x^2 + y^2(x)}{2xy(x)}, \\ y(1) = -1, \end{cases}$$

specificando il dominio della soluzione trovata.

Suggerimento: Usare la sostituzione $y(x) = xz(x)$.

Esercizio 4. Determinare l'intervallo di convergenza della seguente serie di potenze:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n \sqrt{2n}}{\ln(n+1)} t^n,$$

ed usare il risultato per determinare per quali valori di x la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{|x|^{-n} \sqrt{2n}}{\ln(n+1)}$$

converge.

Suggerimento: Usare la sostituzione $|x| = 3t$.