

ANALISI MATEMATICA II

21 GENNAIO 2004– PROVA SCRITTA

Svolgere 3 dei seguenti esercizi

Esercizio 1. Determinare i punti critici della funzione

$$f(x, y) = (xy - 1)(x - y)$$

e stabilirne la natura locale.

Esercizio 2. Determinare una soluzione del seguente problema al bordo:

$$\begin{cases} y''(x) - y(x) = 4e^{2x} - 2x, \\ y(0) = 0, \\ y(1) = 1. \end{cases}$$

Esercizio 3. Calcolare il seguente integrale doppio:

$$\iint_D xy dx dy,$$

con

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1, y \geq (x - 1)^2\}.$$

Esercizio 4. Determinare il dominio della seguente funzione:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^n \sqrt{2^n}}{n+1} t^n,$$

ed usare il risultato per determinare per quali valori di x la funzione

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{|x|^n \sqrt{2^n}}{n+1}$$

risulta definita.