

ANALISI MATEMATICA II

26 APRILE 2004 — PROVA SCRITTA

Risolvere al più *tre* dei seguenti esercizi.

Esercizio 1: Calcolare l'insieme dei valori assunti dalla funzione

$$f(x, y) = x^2 - 2y^2$$

nel triangolo $T = \{(x, y) : |x| + |y| \leq 1, y \geq 0\}$.

Esercizio 2: Trovare e disegnare il dominio della seguente funzione:

$$g(x, y) = \sqrt{x(x - y)}$$

e determinare per quali valori di $\alpha > 0$ la derivata direzionale $\frac{\partial f}{\partial \nu}$, per $\nu = (\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$, nel punto corrispondente a $(x, y) = (1, \alpha)$ risulta uguale a $\sqrt{2}$.

Esercizio 3: Trovare l'insieme di convergenza della seguente serie di potenze:

$$\sum_{n=5}^{\infty} \frac{\sqrt{5^n n}}{\sqrt{n^3} + 3^n \sqrt{n}} x^n.$$

Esercizio 4: Determinare (se esistono) per quali valori di α il seguente problema al bordo

$$\begin{cases} y''(x) - \alpha^2 y(x) = \sin(x), \\ y(0) = y(2\pi) = 0. \end{cases}$$

ammette una soluzione y_α tale che $y_\alpha(\pi/2) = -\frac{1}{2}$

Durata della prova: 1h 30'. Spiegare ogni passaggio!