Analisi Matematica II

23 Aprile 2002 – Prima prova in Itinere - fila B.

Esercizio 1. (2 punti) Posto z = 4 + 3i scrivere $-1/\overline{z}$ nella forma a + ib.

Esercizio 2. (9 punti) Determinare (e disegnare) il dominio della funzione

$$f(x,y) = \log ((x^2 - 4)(y^2/2 - y))$$

e determinare la natura locale dei suoi punti critici. Suggerimento: la funzione $t\mapsto \log t$ è monotona.

Esercizio 3. (8 punti) Sia $F: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ il campo vettoriale dato da

$$F(x,y) = (2xye^{x^2} + 2xe^y + 1, e^{x^2} + x^2e^y).$$

Calcolare il lavoro del campo relativo allo spostamento di un punto lungo la curva $\gamma(t)=(t^2-1,t), -1\leq t\leq 0.$

Esercizio 4. (7 punti) Calcolare il seguente integrale di linea:

$$\int_{\gamma} x + 5y + 1 \, \mathrm{d}s$$

dove $\gamma(t) = (1 - t, t, t^2 + t), 0 \le t \le 1.$

Esercizio 5. (6 punti) Calcolare il seguente integrale doppio

$$\iint_D -(\cos x)^2 \, \mathrm{d}x \mathrm{d}y$$

 $\text{dove } D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : |y| \le \sin x, -\pi \le x \le 0\}.$