

ANALISI MATEMATICA II

28 GIUGNO 2002– PROVA SCRITTA - FILA B.

Esercizio 1. Determinare la natura locale dei punti critici della seguente funzione:

$$f(x, y) = 2^{x^4+y^3-4x^2-3y^2}$$

Suggerimento: La funzione $t \mapsto 2^t$ monotona.

Esercizio 2. Calcolare, al variare di $\lambda \in [0, +\infty)$, la soluzione (o le soluzioni) del seguente problema (detto “al bordo”)

$$\begin{cases} y''(x) + 2y(x) = \lambda \sin(x), \\ y(0) = y(2\pi) = 0 \end{cases}$$

Suggerimento: Determinare la soluzione generale dell'equazione lineare non omogenea e poi imporre le “condizioni al bordo” $y(0) = y(2\pi) = 0$.

Esercizio 3. Determinare l'insieme di convergenza della serie

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{n^2}{n^2 - \log n} \left(\frac{x}{x-1} \right)^n.$$

Suggerimento: Usare la sostituzione $t = \frac{x}{x-1}$.

Esercizio 4. Calcolare il seguente integrale triplo:

$$\iiint_V z - 1 \, dx \, dy \, dz$$

dove

$$V = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z \geq x^2 + y^2, x^2 + y^2 + z^2 \leq 2 \right\}.$$

Suggerimento: Usare le coordinate cilindriche