

ANALISI MATEMATICA II

12 FEBBRAIO 2002

- (1) Determinare massimo e minimo assoluti della funzione

$$f(x, y) = x^2 + xy + y^2 - \frac{3}{2}y + \frac{1}{4}$$

definita nell'insieme

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq y \leq \sqrt{1 - x^2}\}.$$

- (2) Calcolare il seguente integrale doppio:

$$\iint_D \frac{x^2 y}{x^2 + y^2} dx dy$$

dove il dominio D è quello dell'esercizio 1.

- (3) Dato, in \mathbb{R}^2 , il campo di forze

$$F(x, y) = (x^2 + y^2 - x + 3, 2xy - y - 1),$$

Determinare il lavoro (del campo) necessario per spostare un punto lungo la curva

$$\gamma : t \mapsto (t \cos t, t \sin t), \quad \pi/2 \leq t \leq 4\pi.$$

- (4) Risolvere per ogni $\alpha \in \mathbb{R}$ il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = 2xy + \alpha y, \\ y(0) = 2. \end{cases}$$

Sia $y_\alpha(x)$ la soluzione, determinare α affinché $y_\alpha(1) = 0$.