

ANALISI MATEMATICA II

23 APRILE 2002

Esercizio 1. Dato

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -3 \leq x \leq 3, -1 \leq y \leq 1\},$$

Determinare l'immagine di D mediante la funzione

$$f(x, y) = e^{-(x^2y - x^2 - y^3)}.$$

(Suggerimento: La funzione $t \mapsto e^{-t}$ è monotona)

Esercizio 2. Data la serie di potenze

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1 + n^2}{(n^3 + n) \log n} x^n,$$

determinarne l'insieme di convergenza.

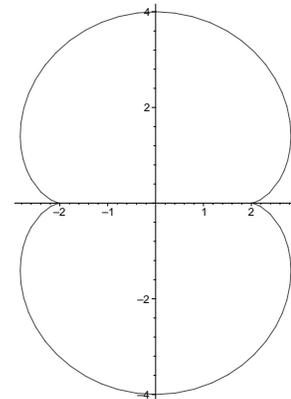
Esercizio 3. Considerata la curva $t \mapsto \gamma(t)$ data da

$$\gamma(t) = (3 \cos t - \cos(3t), 3 \sin t - \sin(3t)), \quad -\pi \leq t \leq \pi,$$

determinare l'area della parte D di piano racchiusa dalla curva.

Suggerimento: La curva γ è rappresentata nella figura a fianco. Ricordare che, se $k \neq n$ sono numeri interi,

$$\int_{-\pi}^{\pi} \sin(nt) \sin(kt) dt = \int_{-\pi}^{\pi} \cos(nt) \cos(kt) dt = 0.$$



Esercizio 4. Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = (x + 1)y^2, \\ y(0) = -1/a, \quad a > 0. \end{cases}$$

specificando per ogni valore di a il dominio della soluzione trovata.