

① Calcolare il seguente integrale doppio:

$$\iint_T ye^{x^3} dx dy$$

dove T è il triangolo (pieno) di vertici $(0,0)$, $(0,1)$, $(1,0)$

- a) $\frac{e-1}{6}$ b) 0 c) +2 d) e^{-1}
-

② Si consideri la funzione

$$h(x) = \int_0^{\pi/2} \frac{\sin^2(x^2 y)}{y} dy,$$

e si calcoli $h'(1)$

- a) 0 b) -3 c) non derivabile d) 2
-

③ Calcolare il seguente integrale triplo

$$\iiint_V \frac{z}{4-x^2-y^2} dx dy dz$$

dove $V = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x^2+y^2+z^2 \leq 4, x^2+y^2 \leq 1\}$

- a) 2 b) -1 c) 2π d) 4π

(4) Per quali dei seguenti valori del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ il campo vettoriale

$$(x, y, z) \mapsto \begin{pmatrix} \alpha(x+y) \\ 2x - \alpha y - \alpha \\ \sqrt{\alpha} z^2 + \alpha \end{pmatrix}$$

è conservativo?

a) Nessun valore di α b) $\alpha = -1$ c) $\alpha = 2$ d) $\alpha < 2$

(5) Sia F il campo vettoriale piano dato da

$$F(x, y, z) = \begin{pmatrix} x - y^2 \\ 2xy + e^x \end{pmatrix}$$

Si determini

$$\int_{\partial D} \langle F, \underline{n} \rangle ds$$

dove \underline{n} è la normale uscente dal triangolo D di vertici $(1, 0)$, $(2, 0)$, $(0, 1)$.

a) $\frac{3}{2}$ b) $\frac{2}{3}$ c) -1 d) 4π

6) Trovare l'area della parte di piano dall'immagine della curva $t \mapsto (t \cos t, t \sin t)$ $t \in [0, \frac{\pi}{2}]$ e dell'asse y .

a) $\frac{\pi^3}{16}$ b) $\frac{\pi^2}{3}$ c) $\frac{4}{5}$ d) $2\pi^2$

7

Sia f una funzione continua e limitata

Quale delle seguenti espressioni coincide con

$$\iiint_V f(x,y,z) \, dx \, dy \, dz, \quad V = \{(x,y,z) : x^2 + y^2 + z^2 \leq 4, \\ |z| < \sqrt{x^2 + y^2}\}$$

$$a) \iint_{\{x^2 + y^2 \leq 2\}} \left(\int_{-\sqrt{4-x^2-y^2}}^{\sqrt{4-x^2-y^2}} f(x,y,z) \, dz \right) dx \, dy$$

$$b) 2 \int_0^{2\pi} \left(\int_0^2 \left(\int_0^{\sqrt{4-p^2}} p f(p \cos \theta, p \sin \theta, z) \, dz \right) dp \right) d\theta$$

$$c) \int_0^2 \left(\int_0^2 \left(\int_0^2 f(x,y,z) \, dz \right) dy \right) dx$$

$$d) \int_{1-\sqrt{5}}^{\sqrt{5}-1} \left(\int_0^{2\pi} \left(\int_z^{\sqrt{4-z^2}} f(p \cos \theta, p \sin \theta, z) p \, dp \right) d\theta \right) dz$$

Risultati:

1	2	3	4	5	6	7
a	d	c	c	a	a	d