n. **100** Matricola:

Nome: ,

Domanda 1) Dire per quali valori di x è soddisfatta la disequazione $|2x^2 - 1| \leq 3x - 2x^2 - 5$

A) Per nessun valore di x B) $x \in [0, \sqrt{2}]$

C) $\forall x \in \mathbf{R}$ D) $x \in [-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$

Domanda 2) Sia $A \neq \emptyset$ un sottoinsieme di $\mathbb{R}$. Una sola delle seguenti affermazioni è corretta.

A) Se A è composto da un numero finito di elementi, allora è limitato.
B) A ammette massimo se e solo se $\sup A \in \mathbb{R}$
C) Se A è illimitato, allora $-\infty$ è di accumulazione per A
D) Se $\inf A = 5$, allora $A \subset (5, \infty)$.

Domanda 3) Sia $f : I \to \mathbb{R}$ una funzione definita su un intervallo. Per concludere che ammette minimo è sufficiente che si abbia

A) f continua e I limitato e chiuso
B) I limitato e chiuso
C) f continua
D) f continua e I limitato

Domanda 4) Sia $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ una funzione continua. Una sola delle seguenti affermazioni è corretta.

A) Se f è derivabile in $x_0 \in [a, b]$ e $f'(x_0) \neq 0$, allora x_0 non è un punto di massimo per f
B) Se f è derivabile in $x_0 \in [a, b]$ e $f'(x_0) \neq 0$, allora x_0 non è un punto di minimo per f
C) Se $x_0 \in (a, b)$ è un punto di massimo per f, allora $f'(x_0) = 0$
D) Se $x_0 \in (a, b)$ è un punto di minimo per f e f è derivabile in x_0, allora $f'(x_0) = 0$

Domanda 5) Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la funzione data da

$$f(x) = \begin{cases} \frac{-x^2|1-x|}{\sqrt{|x|}} & \text{se } x \neq 0, \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

Quale dei seguenti punti appartiene al grafico della funzione f?

A) $(-4, -30)$ B) $(-3, -8\sqrt{3})$

C) $(4, -30)$ D) $(-2, -6\sqrt{2})$

Domanda 6) Calcolare, se esiste, il limite della successione definita da $n \mapsto \dfrac{-n^3 + 3n}{-3n^3 + 3n^2 + 4}$

A) non esiste B) $+\infty$

C) 0 D) $\dfrac{1}{3}$

Domanda 7) La funzione $f(x) = -x^4 + 2x^3 + \pi x - 2$

A) è concava in $(-\infty, 0]$
B) è concava su tutto $\mathbb{R}$
C) è concava nell'intervallo $[0, 1]$
D) è concava su $[0, +\infty)$

B199 – Analisi Matematica I –2012-2013 – Prova intercorso 1 – 16 novembre 2012

Matricola:

Nome:

n. **100**

Domanda 1) Un'azienda produttrice di barattoli di vernice si pone l'obbiettivo di risparmiare il materiale necessario per la loro produzione, mantenendo la tradizionale capienza del contenitore (eventualmente, non le dimensioni). Tenendo conto che un barattolo di vernice ha forma cilindrica e volume di 16 dm^3, determinare le dimensioni del cilindro che rendono minima la superficie. (Per semplicità, si consideri il barattolo come un 'puro' cilindro, trascurando l'eventuale differenza di spessore del coperchio ed i bordi in rilievo.)

Motivare adeguatamente le risposte

Domanda 2) Rispondere ai seguenti punti sulla funzione definita da $f(x) = \dfrac{x^2 - 4x + 4}{x^2 - 4}$.

1. Determinare il dominio.
2. Utilizzare (preferibilmente) le equivalenze asintotiche con gli infiniti e gli infinitesimi di riferimento per determinare i limiti nei punti di frontiera del dominio e dedurne l'eventuale esistenza di asintoti orizzontali e verticali. f è estendibile per continuità ad un insieme che contiene il dominio? f ha asintoti obliqui?
3. Stabilire il segno della funzione, preferibilmente usando il precedente punto e l'opportuna formulazione del teorema degli zeri.
4. Disegnare il grafico della funzione.
5. Determinare l'immagine di f.
6. Determinare, se esistono, il massimo e il minimo di f.
7. Determinare il numero e il segno delle soluzioni dell'equazione $f(x) = k$, al variare di $k \in \mathbb{R}$.

Motivare adeguatamente le risposte