

n. 1 cognome

nome

matricola

| | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|

| | | | | | | | | | | | |
|-----------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|
| Risposte | | | | | | | | | | | |
| Domande | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |

Scrivere il numero della risposta che si ritiene corretta sopra al numero della corrispondente domanda

Domanda 1) Si consideri la disuguaglianza

$$|x^2 - 1| < x + |x + 1|.$$

In quale dei seguenti intervalli essa è verificata? (**N.b.** Non si chiede l'insieme *massimale* in cui la disuguaglianza è verificata.)

- 1) $[1, 1 + \sqrt{2}]$ 2) $[2, +\infty)$
 3) $[0, 1 + \sqrt{3}]$ 4) $(-\infty, -2)$

Domanda 2) Si consideri l'insieme dato da:

$$A := \left\{ y = \arctan \frac{x^2 - 3x + 2}{x^7 - 31x^5 + 2} \quad \text{per } x \in \mathbb{R} \text{ tale che } \begin{cases} x^7 - 31x^5 + 2 \neq 0 \end{cases} \right\}.$$

Quale delle seguenti affermazioni è corretta?

- 1) $[1, 6] \subseteq A$ 2) A non è limitato
 3) $\sup A = +\infty$ 4) $\sup A = \frac{\pi}{2}$

Domanda 3) Si consideri la successione data da:

$$a_n = n + \frac{1}{2n} - \sqrt{n^2 + 1}, \quad n = 1, 2, \dots$$

Quale delle seguenti affermazioni è corretta?

- 1) $\sup\{a_n\} = \frac{3}{2}$ 2) $\sup\{a_n\} = 0$
 3) $\sup\{a_n\} = \frac{3}{2} - \sqrt{2}$ 4) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 1$

Domanda 4) Fissato $x_0 \in (0, \pi)$, si consideri la successione $\{x_n\}$ definita per ricorrenza da da:

$$x_{n+1} = x_n + \sin x_n, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

Quale delle seguenti affermazioni concernenti $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$ è corretta?

- 1) $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = -\pi$ 2) $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 0$
 3) $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \pi$ 4) non esiste

Domanda 5) Si consideri la funzione definita da:

$$f(x) = \frac{\sin\left(\frac{1}{x}\right) \left(e^x + \frac{2 \ln \cos x}{x^2}\right)}{\sqrt{x}}.$$

Quale delle seguenti affermazioni concernenti $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ è corretta?

- 1) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \pi$ 2) non esiste
 3) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 1$ 4) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 0$

Domanda 6) Si consideri la successione $\{x_n\}$ definita per ricorrenza da da:

$$x_1 = 1, \quad x_{n+1} = \int_0^{x_n} e^{-t^2} dt.$$

Quale delle seguenti affermazioni concernenti $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$ è corretta?

- 1) non esiste 2) $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = +\infty$
 3) $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 1$ 4) $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 0$

Domanda 7) Si consideri la funzione definita da:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} \int_{-x}^x g(t) dt & \text{se } x \neq 0, \\ 2 & \text{se } x = 0, \end{cases}$$

dove

$$g(t) = \begin{cases} \frac{\sin t}{t} & \text{se } t \neq 0, \\ 1 & \text{se } t = 0. \end{cases}$$

Quale delle seguenti affermazioni è corretta?

- 1) $f'(0) = 1$ 2) $f'(0) = 0$
 3) $\lim_{x \rightarrow 0} f'(x) = -1$ 4) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f'(x) = +\infty$

Domanda 8) Si consideri la seguente funzione dipendente da un parametro $\alpha \in \mathbb{R}$:

$$f_\alpha(x) = e^x - \alpha x^3, \quad x \in \mathbb{R}.$$

Stabilire per quali valori del parametro f_α è convessa sull'intervallo $(-\infty, +\infty)$.

- 1) $\alpha > 0$
- 2) $\alpha \in (-1, 1]$
- 3) $\alpha \in [0, e/6]$
- 4) $\alpha \in [0, 1]$

Domanda 9) Si consideri la funzione definita da:

$$f(x) = \int_{x^2-1}^{x^2} e^{t^2} dt.$$

Quale delle seguenti affermazioni è corretta?

- 1) f è monotona crescente su \mathbb{R}
- 2) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$
- 3) f ha un minimo relativo per $x = 1/\sqrt{2}$
- 4) f è costante

Domanda 10) Si consideri la funzione definita da:

$$f(x) = \frac{x}{4x-1} e^{-x}, \quad \forall x \in \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{1}{4} \right\}.$$

Quanti punti di flesso ammette f ?

- 1) 2
- 2) 3
- 3) 1
- 4) nessuno

Domanda 11) Si consideri la funzione definita da:

$$f(x) = e^{-x}(x-1), \quad x \in \mathbb{R}.$$

Sia r la retta tangente al grafico di f per il punto $(1, f(1))$. Quale dei seguenti punti appartiene a r ?

- 1) $(0, -1)$
- 2) $(-1, 2/e)$
- 3) $(1, e)$
- 4) $(0, -1/e)$