

Programma svolto di Analisi Matematica II – CdL Ingegneria Ambiente e Territorio – a.a. 2006/2007

Dr. M. Spadini

Parte I

Successioni e Serie

Successioni numeriche

- Nozioni fondamentali (succ. Monotone, limiti)

Serie numeriche e di potenze

- Nozioni fondamentali (convergenza, divergenza, non-convergenza, somma)
- Serie a termini di segno costante: criteri di convergenza
- Serie a termini di segno alterno: criterio di Leibnitz.
- Serie assolutamente convergenti.
- Serie di potenze.

Topologia e continuità

Topologia degli spazi metrici

- Metriche e palle in $\mathbb{R}^n$. Topologia.
- Nozioni di insieme aperto, chiuso, connesso, limitato, compatto. Punti di accumulazione, punti isolati, punti aderenti.
- Completezza, massimo e minimo limite.
- Funzioni in $\mathbb{R}^n$, grafico.

Funzioni continue in $\mathbb{R}^n$

- Limiti
- Funzioni lipschitziane
- Funzioni e topologia.
- I teoremi fondamentali sulle funzioni continue.
- La continuità uniforme

Calcolo differenziale

Curve in $\mathbb{R}^n$

- Curve equivalenti
- Curve regolari
- La nozione di lunghezza di una curva

Struttura euclidea di $\mathbb{R}^n$

- Prodotti scalari, basi ortonormali, proiezioni ortonormali e algoritmo di Gram-Schmidt

Calcolo differenziale in $\mathbb{R}^n$

- Derivate direzionali
- Matrice jacobiana
- differenziale
- gradiente
- funzioni non differenziabili
- relazione tra il differenziale e la matrice jacobiana
- spazi tangenti e spazi normali al grafico.
- differenziale di funzioni composte
- funzioni di classe C^k e C^∞
- il teorema del valor medio per funzioni a valori in $\mathbb{R}$.
- il teorema della media integrale
- il teorema di invertibilità locale
- formula di Taylor al secondo ordine
- punti critici
- estremi locali di funzioni continue

Funzioni implicite

- Funzioni definite implicitamente
- Teorema del Dini
- Punti critici vincolati
- ricerca di massimi e minimi vincolati

Parte II

Integrazione

Integrali curvilinei

- Forme differenziali.
- Forme differenziali esatte e chiuse.
- Relazione tra le forme differenziali ed i campi vettoriali.
- Operatori differenziali rotore, gradiente e divergenza (cenni).
- Definizione di potenziale di un campo e di primitiva di una forma.
- Insiemi convessi ed insiemi semplicemente connessi.
- Campi vettoriali conservativi.
- Integrali curvilinei di espressioni differenziali.
- Integrali curvilinei di forme differenziali.
- Lemma di Poincaré (senza dimostrazione) e curve omotope.
- Determinazione di un potenziale per mezzo degli integrali curvilinei.
- Integrali curvilinei di prima specie, massa e centro di massa di un filo con densità variabile.

Integrali doppi

- Definizione di integrale doppio su un rettangolo.
- Insiemi trascurabili (in $\mathbb{R}^2$).
- Teorema di integrabilità (senza dimostrazione).
- Teorema di equivalenza (senza dimostrazione).
- Teorema di Fubini (senza dimostrazione).
- Integrale su un insieme limitato.
- Additività dell'integrale (senza dimostrazione), formule di riduzione.
- Insiemi misurabili secondo Peano-Jordan, misura di un insieme.
- Teoremi della media e della media pesata (senza dimostrazione).
- Massa di una lamina piana e suo centro di massa.
- Formula di cambiamento di variabili (senza dimostrazione), coordinate polari.
- Formule di Gauss-Green (senza dimostrazione).
- Teorema della circuitazione nel piano.
- Calcolo dell'area di un insieme piano mediante un integrale curvilineo.

Integrali tripli

- Definizione di integrale triplo (cenni).
- Teorema di Fubini per gli integrali tripli (senza dimostrazione).
- Formule di riduzione per gli integrali tripli.
- Cambiamenti di coordinate per gli integrali tripli: coordinate sferiche e cilindriche.
- Integrali di superficie (brevi cenni).