Ingegneria Ambiente e Risorse — Programma svolto di Analisi Matematica II

Dr. M. Spadini

Equazioni differenziali ordinarie

Equazioni Differenziali Ordinarie Lineari

- Nozione di soluzione.
- Problemi di Cauchy.
- Lo spazio delle soluzioni di una EDO lineare omogenea.
- Varietà delle soluzioni di una EDO non omogenea.
- Le equazioni lineari viste come problema lineare tra spazi vettoriali.
- Funzioni linearmente indipendenti, determinante wronskiano.
- Soluzione generale di EDO lineari non omogenee del primo ordine.
- Lo spazio delle soluzioni di una EDO lineare omogenea del secondo ordine ha dimensione due.
- Il metodo della variazione della costante per generare una soluzione particolare di una EDO lineare non omogenea del secondo ordine conoscendo due soluzioni linearmente indipendenti della omogenea.
- EDO lineari a coefficienti costanti (caso del secondo ordine), metodi per la determinazione delle soluzioni.
- Linearità e “principio di sovrapposizione”.

Equazioni differenziali non lineari

- Problemi non ai valori iniziali per equazioni differenziali.
- Equazioni differenziali a variabili separate.

Serie

Serie numeriche

- Nozione di somma di una serie, serie convergenti, divergenti e oscillanti.
- Il limite del termine generale di una serie convergente è 0.
- Linearità della somma di una serie.
- Serie a termini non negativi: loro carattere (non possono essere oscillanti -dimostrazione-), criteri di convergenza: del confronto (con dimostrazione), della radice, del rapporto e del confronto asintotico.
- Criterio del confronto con un integrale improprio per serie a termini positivi (cenni di dimostrazione).
- Criterio di Leibnitz per serie a termini di segno alterno.
- Serie assolutamente convergenti.

Serie di potenze

- Raggio di convergenza,
- Derivazione ed integrazione per serie.
- Le serie di Taylor sono particolari serie di potenze.

Funzioni di più variabili

Elementi di topologia di $\mathbb{R}^n$

- Insiemi aperti e chiusi.
- Chiusura ed interno di un insieme.
- Insiemi connessi.
- Frontiera di un insieme.

Funzioni

- Continuità.
- Dominio di funzioni di più variabili.
- Determinazione dell'immagine di una funzione di più variabili.
- Nozioni informali su derivate parziali e direzionali.
- Gradiente di una funzione.
- L'esistenza delle derivate direzionali non implica la continuità.
- La nozione di differenziabilità, il piano tangente al grafico di una funzione di due variabili.
- Il polinomio di Taylor del primo ordine di una funzione di due variabili.
- Derivazione di funzioni composte.
- Gradiente e derivate direzionali.
- Nozione di curva regolare.
- Curve di livello e gradiente.
- Punti di estremo relativo e gradiente (Teorema di Fermat).
- Ricerca degli estremi sui punti di Frontiera di un insieme.
- Moltiplicatori di Lagrange.
- Teorema di Schwarz (senza dimostrazione).
- Nozione di differenziale di una funzione.

Integrazione

Integrali curvilinei

- Espressioni e forme differenziali.
- Forme differenziali esatte e chiuse.
- Relazione tra le forme differenziali ed i campi vettoriali.
- Operatori differenziali rotore, gradiente e divergenza.

- Definizione di potenziale di un campo e di primitiva di una forma.
- Insiemi convessi ed insiemi semplicemente connessi.
- Campi vettoriali conservativi e Teorema di Poincaré.
- Integrali curvilinei di espressioni differenziali.
- Integrali curvilinei di forme differenziali.
- Lemma di Poincaré (senza dimostrazione) e curve omotope.
- Determinazione di un potenziale per mezzo degli integrali curvilinei.
- Integrali curvilinei di prima specie, massa e centro di massa di un filo con densità variabile.

Integrali doppi

- Definizione di integrale doppio su un rettangolo.
- Insiemi trascurabili (in $\mathbb{R}^2$).
- Teorema di integrabilità (senza dimostrazione).
- Teorema di equivalenza (senza dimostrazione).
- Teorema di Fubini (senza dimostrazione).
- Integrale su un insieme limitato.
- Additività dell'integrale (senza dimostrazione), formule di riduzione.
- Insiemi misurabili secondo Peano-Jordan, misura di un insieme.
- Teoremi della media e della media pesata (senza dimostrazione).
- Massa di una lamina piana e suo centro di massa.
- Formula di cambiamento di variabili (senza dimostrazione), coordinate polari.
- Formule di Gauss-Green (senza dimostrazione).
- Teorema della circuitazione.
- Calcolo dell'area di un insieme piano mediante un integrale curvilineo.

Integrali tripli

- Definizione di integrale triplo (cenni).
- Teorema di Fubini pe gli integrali tripli (senza dimostrazione).
- Formule di riduzione per gli integrali tripli.

Integrali di superficie

- Superfici parametrizzate regolari.
- Superfici a placche.
- Orientazione di una superficie a placche.
- Espressioni differenziali di grado due, elemento d'area.
- Integrale di superficie di una funzione.
- Flusso di un campo vettoriale attraverso una superficie a placche.
- Teorema della divergenza (senza dimostrazione).
- Teorema di Stokes.