

Programma svolto nel corso di Analisi Matematica 2

CdL Ingegneria Ambiente e Risorse
Anno accademico 2002–2003

(Docente: Dr. Marco Spadini)

Serie numeriche:

Nozione di serie.

Somma di una serie e criteri convergenza per serie a termini di segno costante.

Criterio del confronto con un integrale improprio.

Serie assolutamente convergenti. Le serie assolutamente convergenti sono convergenti.

Criterio di Leibnitz per le serie di termini a segno alterno.

Successioni e serie di funzioni:

Serie di funzioni e convergenza totale, teorema di Weierstrass (cenni).

Serie di potenze:

- Proprietà della somma di una serie di potenze.
- Raggio di convergenza di una serie di potenze.
- Raggio di convergenza di una serie di potenze derivata.
- Derivazione e integrazione termine a termine.

Cenni sull'approssimazione di funzioni mediante funzioni più semplici.

Polinomi di Taylor e di McLaurin con resto in forma di Lagrange. Teorema di Taylor.

Serie di Taylor.

Polinomi trigonometrici e serie trigonometriche. Una condizione sufficiente per la convergenza.

Serie di Fourier per funzioni periodiche:

- Cenni sulla convergenza in media quadratica.
- Cenni sulla convergenza puntuale.

Equazioni differenziali ordinarie:

Esempi di equazioni differenziali.

Equazioni a variabili separate.

Teorema di Cauchy e unicità delle soluzioni del problema di Cauchy (cenni).

Equazioni differenziali lineari del primo ordine.

Cambiamento di variabile in un'equazione differenziabile. Esempi: le equazioni di Bernoulli, Eulero e Riccati.

Esempi di riduzione dell'ordine di alcuni tipi di equazioni differenziali di ordine superiore al primo.

Equazioni differenziali lineari a coefficienti costanti di primo e secondo ordine.

Il metodo di variazione delle costanti per la determinazione di una soluzione particolare di un'equazione lineare non omogenea.

Funzioni di due variabili:

Elementi di topologia di \mathbb{R}^2 ed \mathbb{R}^3 :

- Nozioni di insieme aperto e chiuso.
- Insiemi connessi e semplicemente connessi.
- Insiemi compatti.
- Punti di accumulazione, isolati e di frontiera.

Funzioni reali di più variabili:

- Limiti, limiti di restrizioni, metodi per il calcolo dei limiti.
- Continuità.
- Nozione di grafico e di piano tangente al grafico.
- Derivate parziali, equazione del piano tangente.
- Nozione di differenziabilità di una funzione.
- Derivabilità e differenziabilità. Condizione sufficiente per la differenziabilità.
- Differenziabilità e continuità.
- Gradiente.
- Derivata direzionale, formula del gradiente.
- Matrice hessiana. Sviluppo di Taylor del secondo ordine (cenni).

Funzioni di più variabili a valori vettoriali:

- Continuità e differenziabilità. Limiti.
- Matrice jacobiana. Sviluppo di Taylor al primo ordine.
- Funzioni da \mathbb{R} in \mathbb{R}^n . Curve semplici, chiuse, regolari.
- Vettore velocità.
- Composizione di funzioni a più variabili.
- Derivazione di funzioni composte a più variabili.

Studio dell'immagine di una funzione reale di più variabili:

- Curve di livello.
- Regolarità delle curve di livello. Teorema del Dini semplificato.
- Relazione tra il gradiente e le curve di livello.
- Massimi e minimi relativi ed assoluti: Condizioni necessarie e condizioni sufficienti (primo e secondo ordine) per i punti di massimo e di minimo locale.
- Immagine di una funzione differenziabile a valori in \mathbb{R} definita su un compatto.
- Estremi relativi alla frontiera e moltiplicatori di Lagrange.
- Caso di funzioni della forma $F(x, y) = g(f(x, y))$ con g monotona.

Integrali curvilinei e campi vettoriali:

Integrali curvilinei di funzioni:

- Calcolo di: lunghezza di una curva, massa di un filo (con densità lineare variabile), centro di massa di un filo (con densità lineare variabile).

Integrali curvilinei di forme differenziali: (definizione puramente formale di forma differenziale)

- Calcolo del lavoro in un campo di forze.
- Campi vettoriali conservativi.
- Formula per calcolare il lavoro in un campo conservativo.
- Calcolo del potenziale in un campo conservativo.
- Campi conservativi e circuitazioni.
- Condizione necessaria affinché un campo sia conservativo.
- Insiemi semplicemente connessi.
- Condizione sufficiente affinché un campo sia conservativo.

Gli operatori differenziali gradiente, divergenza e rotore e loro relazioni.

Integrali multipli:

Integrali doppi in domini normali.

- Integrali su domini decomponibili in domini normali.
- Calcolo di baricentri.

Integrali tripli in domini semplici (cenni).

Cambiamento di coordinate per gli integrali multipli.

Teorema di Gauss-Green nel piano. Formula per l'area racchiusa da una curva assegnata.

Integrali superficiali (cenni).

Flusso di un campo vettoriale attraverso una superficie (cenni).

Teorema della divergenza (cenni).

Teorema di Stokes (cenni).