

Programma previsto di Analisi Matematica II – CdL Ingegneria Ambiente e Territorio – a.a. 2006/2007

Dr. M. Spadini

Parte I

Equazioni differenziali ordinarie

Equazioni Differenziali Ordinarie Lineari

- Nozione di soluzione.
- Problemi di Cauchy, teorema di unicità.
- Lo spazio delle soluzioni di una EDO lineare omogenea.
- Varietà delle soluzioni di una EDO non omogenea.
- Le equazioni lineari viste come problema lineare tra spazi vettoriali.
- Funzioni linearmente indipendenti, determinante wronskiano.
- Soluzione generale di EDO lineari non omogenee del primo ordine.
- Lo spazio delle soluzioni di una EDO lineare omogenea del secondo ordine ha dimensione due.
- Il metodo della variazione della costante per generare una soluzione particolare di una EDO lineare non omogenea del secondo ordine conoscendo due soluzioni linearmente indipendenti della omogenea.
- EDO lineari a coefficienti costanti (caso del secondo ordine), metodi per la determinazione delle soluzioni.
- Linearità e “principio di sovrapposizione”.
- Cenni su Integrali primi e conservazione dell’energia per equazioni differenziali del secondo ordine.

Equazioni differenziali non lineari

- Problemi non ai valori iniziali per equazioni differenziali.
- Equazioni differenziali a variabili separate.
- Metodo di frobenius e soluzione per serie di una equazione differenziale.

Topologia e continuità

Topologia di \mathbb{R}^n

- Metriche e palle in \mathbb{R}^n . Topologia.
- Nozioni di insieme aperto, chiuso, connesso, limitato, compatto. Punti di accumulazione, punti isolati, punti aderenti.
- Completezza, massimo e minimo limite.
- Funzioni in \mathbb{R}^n , grafico.

Funzioni continue in \mathbb{R}^n

- Limiti
- Funzioni lipschitziane
- Funzioni e topologia.
- I teoremi fondamentali sulle funzioni continue.
- La continuita' uniforme

Calcolo differenziale

Curve in \mathbb{R}^n

- Curve equivalenti
- Curve regolari
- La nozione di lunghezza di una curva

Struttura euclidea di \mathbb{R}^n

- Prodotti scalari, basi ortonormali, proiezioni ortonormali e algoritmo di Gram-Schmidt

Calcolo differenziale in \mathbb{R}^n

- Derivate direzionali
- Matrice jacobiana
- differenziale
- gradiente
- funzioni non differenziabili
- relazione tra il differenziale e la matrice jacobiana
- spazi tangent e spazi normali al grafico.
- differenziale di funzioni composte
- funzioni di classe C^k e C^∞
- il teorema del valor medio per funzioni a valori in \mathbb{R} .
- il teorema della media integrale
- il teorema di invertibilita' locale
- formula di Taylor al secondo ordine
- punti critici
- estremi locali di funzioni continue

Funzioni implicite

- Funzioni definite implicitamente
- Teorema del Dini
- Punti critici vincolati
- ricerca di massimi e minimi vincolati

Parte II

Successioni e Serie

Serie numeriche

- Nozioni fondamentali (convergenza, divergenza, non-convergenza, somma)
- Serie a termini di segno costante: criteri di convergenza
- Serie a termini di segno alterno: criterio di Leibnitz.
- Serie assolutamente convergenti.

Successioni di funzioni

- Varie nozioni di convergenza
- limiti puntuali.

Serie di funzioni

- Nozioni fondamentali (convergenza, divergenza, non-convergenza, somma)
- Serie assolutamente convergenti, criterio di Weierstrass
- Serie di potenze.

Integrazione

Integrali curvilinei

- Forme differenziali.
- Forme differenziali esatte e chiuse.
- Relazione tra le forme differenziali ed i campi vettoriali.
- Definizione di potenziale di un campo e di primitiva di una forma.
- Insiemi convessi ed insiemi semplicemente connessi.
- Campi vettoriali conservativi.
- Integrali curvilinei di forme differenziali.
- Determinazione di un potenziale per mezzo degli integrali curvilinei.
- Integrali curvilinei di prima specie, massa e centro di massa di un filo con densità variabile.

Integrali doppi

- Definizione di integrale doppio su un rettangolo.
- Insiemi trascurabili (in \mathbb{R}^2).
- Teorema di integrabilità (senza dimostrazione).
- Teorema di equivalenza (senza dimostrazione).
- Teorema di Fubini (senza dimostrazione).
- Integrale su un insieme limitato.
- Additività dell'integrale (senza dimostrazione), formule di riduzione.

- Insiemi misurabili secondo Peano-Jordan, misura di un insieme.
- Teoremi della media e della media pesata (senza dimostrazione).
- Massa di una lamina piana e suo centro di massa.
- Formula di cambiamento di variabili (senza dimostrazione), coordinate polari.
- Formule di Gauss-Green (senza dimostrazione).
- Teorema della circuitazione.
- Calcolo dell'area di un insieme piano mediante un integrale curvilineo.
- Integrali doppi impropri:
 - funzioni assolutamente integrabili;
 - parte positiva e parte negativa di una funzione;
 - integrali impropri come limiti di successioni di integrali;
 - calcolo di particolari integrali su \mathbb{R} .

Integrali tripli

- Definizione di integrale triplo (cenni).
- Teorema di Fubini pe gli integrali tripli (senza dimostrazione).
- Formule di riduzione per gli integrali tripli.