

Prova scritta del settimo appello

Metodi Matematici - Ing. Informatica - a.a. 2019-20

2 settembre 2020

Esercizio 1 Data una matrice stocastica P , indicizzata su un insieme finito S , definire le nozioni di *classe chiusa* e di *classe chiusa minimale*. Dare una caratterizzazione delle classi chiuse minimali.

Esercizio 2 Per un processo stocastico $\{X_t\}_{t \geq 0}$ a tempo continuo, dare la definizione di continuità da destra. Spiegare quale è la conseguenza della continuità da destra quando il processo $\{X_t\}_{t \geq 0}$ è a stati discreti.

Esercizio 3 La matrice di transizione di una catena di Markov omogenea è data da

$$P = \begin{array}{c|ccccccc} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ \hline 1 & 0.6 & 0 & 0 & 0 & 0.4 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0.5 & 0.5 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0.5 & 0 & 0 \\ 5 & 0 & 0 & 0.2 & 0.4 & 0 & 0.4 & 0 \\ 6 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 7 & 0 & 0 & 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0.5 \\ \hline \end{array}$$

Scrivere il grafo pesato associato a P e, dall'analisi del grafo, individuare le classi chiuse, le classi chiuse minimali, gli stati ricorrenti e gli stati transienti. La massima distanza in norma 1 tra le righe di P è 2; la massima distanza in norma 1 tra le righe di P^2 è 2; la massima distanza in norma 1 tra le righe di P^3 è 1.52.

Dire se la catena ammette una distribuzione stazionaria, una distribuzione asintotica e se in tale distribuzione vi sono stati a densità nulla.

Esercizio 4 Sono dati due campioni gaussiani, entrambi di numerosità 20 ed aventi la stessa varianza σ^2 che è però ignota. Per il primo campione, media campionaria e deviazione standard valgono rispettivamente 4.2 e 2.1 mentre per il secondo campione, media campionaria e deviazione standard valgono rispettivamente 3.9 e 3.0.

Si dica se, in base ai dati, è accettabile con livello di significatività $\alpha = 0.05$ l'ipotesi che i due campioni abbiano il medesimo valore atteso.