

Z v.o. con $P_Z = N(0,1)$

$$P(Z \leq t) = 1 - \alpha \quad \text{SSE} \quad t = z_{1-\alpha}$$

$\Phi(t)$

$X_1, \dots, X_n$ campione gaussiano con distribuzione $P_{X_i} = N(\mu, \sigma^2)$

μ incognito e σ^2 noto

Sappiamo che $\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{(\bar{X} - \mu)\sqrt{n}}{\sigma}$ ha distribuzione $N(0,1)$

$$1 - \alpha = P\left(\frac{(\bar{X} - \mu)\sqrt{n}}{\sigma} \leq z_{1-\alpha}\right) = P\left(\bar{X} - \mu \leq \frac{\sigma}{\sqrt{n}} z_{1-\alpha}\right) =$$

$$= P\left(\mu \geq \bar{X} - \frac{\sigma}{\sqrt{n}} z_{1-\alpha}\right)$$

$\left(\bar{X} - \frac{\sigma}{\sqrt{n}} z_{1-\alpha}, +\infty\right)$ è intervallo di confidenza unilaterale superiore di livello $1 - \alpha$ per il parametro μ

L_i

$P_Z = N(0,1)$

$$P(Z > t) = 1 - \alpha \quad \text{e v.o. SSE}$$

$$P(Z \leq t) = \alpha \quad \text{così SSE} \quad t = z_\alpha$$

$\Phi(t)$

$X_1, \dots, X_n$ campione gaussiano $P_{X_i} = N(\mu, \sigma^2)$

con μ incognito e σ^2 noto.

$$1 - \alpha = P\left(\frac{(\bar{X} - \mu)\sqrt{n}}{\sigma} \geq z_\alpha\right) = P\left(\bar{X} - \mu \geq \frac{\sigma z_\alpha}{\sqrt{n}}\right) =$$

$$= P\left(\mu \leq \bar{X} + \frac{\sigma}{\sqrt{n}} z_\alpha\right)$$

$\left(-\infty, \bar{X} + \frac{\sigma}{\sqrt{n}} z_\alpha\right)$ è un intervallo di confidenza unilaterale inferiore per il parametro μ di livello $1 - \alpha$

L_s

CAMPIONE GAUSSIANO DI CUI NON È NOTA

CAMPIONE GAUSSIANO DI CUI NON È NOTA LA VARIANZA -

$X_1, \dots, X_n$ campioni gaussiani $\mathbb{P}_{X_i} = N(\mu, \sigma^2)$ con μ e σ^2 entrambi incogniti.

$$T := \frac{(\bar{X} - \mu)\sqrt{n}}{S} \quad \mathbb{P}_T = t(n-1)$$

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(|T| \leq t_{n-1, 1-\frac{\alpha}{2}}) &= \mathbb{P}\left(-t_{n-1, 1-\frac{\alpha}{2}} \leq T \leq t_{n-1, 1-\frac{\alpha}{2}}\right) \\ &= \mathbb{P}\left(T \leq t_{n-1, 1-\frac{\alpha}{2}}\right) - \mathbb{P}\left(T \leq -t_{n-1, 1-\frac{\alpha}{2}}\right) = \\ &= F_T(t_{n-1, 1-\frac{\alpha}{2}}) - F_T(-t_{n-1, 1-\frac{\alpha}{2}}) = 1 - \frac{\alpha}{2} - \frac{\alpha}{2} = 1 - \alpha \end{aligned}$$

$$1 - \alpha = \mathbb{P}\left(\left| \frac{(\bar{X} - \mu)\sqrt{n}}{S} \right| \leq t_{n-1, 1-\frac{\alpha}{2}}\right) =$$

$$= \mathbb{P}\left(\frac{-S}{\sqrt{n}} t_{n-1, 1-\frac{\alpha}{2}} \leq \bar{X} - \mu \leq \frac{S}{\sqrt{n}} t_{n-1, 1-\frac{\alpha}{2}}\right)$$

$$= \mathbb{P}\left(\frac{-S}{\sqrt{n}} t_{n-1, 1-\frac{\alpha}{2}} \leq \mu - \bar{X} \leq \frac{S}{\sqrt{n}} t_{n-1, 1-\frac{\alpha}{2}}\right)$$

$$= \mathbb{P}\left(\bar{X} - \frac{S}{\sqrt{n}} t_{n-1, 1-\frac{\alpha}{2}} \leq \mu \leq \bar{X} + \frac{S}{\sqrt{n}} t_{n-1, 1-\frac{\alpha}{2}}\right)$$

$$\left(\underbrace{\bar{X} - \frac{S}{\sqrt{n}} t_{n-1, 1-\frac{\alpha}{2}}}_{L_i}, \underbrace{\bar{X} + \frac{S}{\sqrt{n}} t_{n-1, 1-\frac{\alpha}{2}}}_{L_s} \right)$$

Intervallo di confidenza di livello $1 - \alpha$ per il parametro μ -

parameters μ -

$$F_T(t) = P(T \leq t) = 1 - \alpha \quad P_T = t(n-1)$$

SSÈ $t = t_{n-1, 1-\alpha}$

$$1 - \alpha = P\left(\frac{(\bar{X} - \mu)\sqrt{n}}{S} \leq t_{n-1, 1-\alpha}\right) = P\left(\bar{X} - \mu \leq \frac{S}{\sqrt{n}} t_{n-1, 1-\alpha}\right)$$

$$= P\left(\mu \geq \bar{X} - \frac{S}{\sqrt{n}} t_{n-1, 1-\alpha}\right)$$

$\left(\bar{X} - \frac{S}{\sqrt{n}} t_{n-1, 1-\alpha}, +\infty\right)$ è un intervallo di confidenza unilaterale superiore per il livello $1-\alpha$ per il parametro μ .

$$1 - \alpha = P(T \geq t) = 1 - P(T \leq t) = 1 - F_T(t)$$

È vero SSÈ $F_T(t) = \alpha$ SSÈ $t = t_{n-1, \alpha} = -t_{n-1, 1-\alpha}$

$$1 - \alpha = P\left(\frac{(\bar{X} - \mu)\sqrt{n}}{S} \geq -t_{n-1, 1-\alpha}\right) =$$

$$= P\left(\bar{X} - \mu \geq -\frac{S}{\sqrt{n}} t_{n-1, 1-\alpha}\right) =$$

$$= P\left(\mu \leq \bar{X} + \frac{S}{\sqrt{n}} t_{n-1, 1-\alpha}\right)$$

$\left(-\infty, \underbrace{\bar{X} + \frac{S}{\sqrt{n}} t_{n-1, 1-\alpha}}_{L_S}\right)$ è un intervallo di confidenza unilaterale inferiore di livello $1-\alpha$ per il parametro μ

$X_1, \dots, X_n$ campione gaussiano $P_{X_i} = N(\mu, \sigma^2)$ con $\mu \in \mathbb{R}$ entrambi incogniti -

$\mu \in \sigma^2$ entrambi incogniti -

$$V := \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \text{ ha distribuzione } \chi^2_{n-1}$$

$$\begin{aligned} P\left(\chi^2_{n-1, \frac{\alpha}{2}} \leq V \leq \chi^2_{n-1, 1-\frac{\alpha}{2}}\right) &= \\ &= P(V \leq \chi^2_{n-1, 1-\frac{\alpha}{2}}) - P(V \leq \chi^2_{n-1, \frac{\alpha}{2}}) \\ &= F_V(\chi^2_{n-1, 1-\frac{\alpha}{2}}) - F_V(\chi^2_{n-1, \frac{\alpha}{2}}) = \left(1 - \frac{\alpha}{2}\right) - \frac{\alpha}{2} = 1 - \alpha \end{aligned}$$

$$1 - \alpha = P\left(\chi^2_{n-1, \frac{\alpha}{2}} \leq \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \leq \chi^2_{n-1, 1-\frac{\alpha}{2}}\right) =$$

$$= P\left(\frac{1}{\chi^2_{n-1, 1-\frac{\alpha}{2}}} \leq \frac{\sigma^2}{(n-1)S^2} \leq \frac{1}{\chi^2_{n-1, \frac{\alpha}{2}}}\right)$$

$$= P\left(\frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{n-1, 1-\frac{\alpha}{2}}} \leq \sigma^2 \leq \frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{n-1, \frac{\alpha}{2}}}\right)$$

$$\left(\frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{n-1, 1-\frac{\alpha}{2}}}, \frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{n-1, \frac{\alpha}{2}}}\right)$$

è un intervallo di confidenza
di livello $1 - \alpha$ per
il parametro σ^2

— o —

Cerca t T.c. $P(V \leq t) = 1 - \alpha$ SSE $t = \chi^2_{n-1, 1-\alpha}$

$$\begin{aligned} 1 - \alpha &= P\left(\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \leq \chi^2_{n-1, 1-\alpha}\right) = \\ &= P\left(\frac{1}{\chi^2_{n-1, 1-\alpha}} \leq \frac{\sigma^2}{(n-1)S^2}\right) = P\left(\sigma^2 \geq \frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{n-1, 1-\alpha}}\right) \end{aligned}$$

$$= \mathbb{P} \left(\frac{1}{\chi^2_{n-1, 1-\alpha}} \leq \frac{\sigma^2}{(n-1)S^2} \right) = \mathbb{P} \left(\sigma^2 \geq \frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{n-1, 1-\alpha}} \right)$$

$\left(\frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{n-1, 1-\alpha}}, +\infty \right)$ è un intervallo di confidenza unilaterale superiore di livello $1-\alpha$ per il parametro σ^2

Cerca t t.c. $\mathbb{P}(V \geq t) = 1-\alpha \Leftrightarrow$

$$1-\alpha = 1 - \mathbb{P}(V \leq t) = 1 - F_V(t) \Leftrightarrow F_V(t) = \alpha$$

$$\Leftrightarrow t = \chi^2_{n-1, \alpha}$$

$$1-\alpha = \mathbb{P} \left(\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} > \chi^2_{n-1, \alpha} \right) = \mathbb{P} \left(\frac{\sigma^2}{(n-1)S^2} \leq \frac{1}{\chi^2_{n-1, \alpha}} \right)$$

$$= \mathbb{P} \left(\sigma^2 \leq \frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{n-1, \alpha}} \right)$$

$\left(0, \frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{n-1, \alpha}} \right)$ è intervallo di confidenza unilaterale inferiore di livello $1-\alpha$ per il parametro σ^2

TEST D'IPOTESI

Monetine : le monetine non è Truccate .

x_n	$x_n \in \{0, 1\}$	1 = Testa
$\downarrow$	$\downarrow$	0 = croce .
X_n	X_n	$X_n \sim X_n$ comune
		$\mathbb{P}_{X_i} = \mathcal{B}(p)$

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$$

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad \bar{x} = \bar{X}(\omega)$$

Accetto l'ipotesi che la moneta non sia truccata se
 $|\bar{x} - \frac{1}{2}| < \varepsilon$ con ε da scegliere.

Commetto errore di 1° specie se $|\bar{x} - \frac{1}{2}| \geq \varepsilon$ quando $p = \frac{1}{2}$

$$\hookrightarrow \mathbb{P}\left(|\bar{X} - \frac{1}{2}| \geq \varepsilon \mid p = \frac{1}{2}\right) =$$

$$= \mathbb{P}\left(\bar{X} \leq \frac{1}{2} - \varepsilon \vee \bar{X} \geq \frac{1}{2} + \varepsilon \mid p = \frac{1}{2}\right) = \textcircled{A}$$

$\mathbb{P}_{X_i} = \mathcal{B}(p)$ e sono indep $\Rightarrow \mathbb{P}_{X_1 + \dots + X_n} = \mathcal{B}(n, p)$

$$\textcircled{A} \mathbb{P}\left(n\bar{X} \leq \left(\frac{1}{2} - \varepsilon\right)n \mid p = \frac{1}{2}\right) + \mathbb{P}\left(n\bar{X} \geq \left(\frac{1}{2} + \varepsilon\right)n \mid p = \frac{1}{2}\right) =$$

Se F la legge associata $\mathcal{B}(n, \frac{1}{2})$ $1 - \mathbb{P}(n\bar{X} < (\frac{1}{2} + \varepsilon)n \mid p = \frac{1}{2})$

$$= F\left(\left(\frac{1}{2} - \varepsilon\right)n\right) + 1 - F\left(\left(\frac{1}{2} + \varepsilon\right)n\right)$$