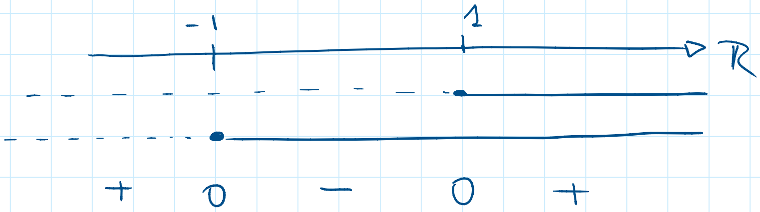
mercoledì 18 marzo 2020 10:48

Calcolare il dominio naturale della funzione

$$f(x) = \log\left(1 - \sqrt{x^2-1}\right)$$

$$\begin{cases} x^2 - 1 \geq 0 \\ 1 - \sqrt{x^2-1} > 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} (x-1)(x+1) \geq 0 \\ \sqrt{x^2-1} < 1 \end{cases}$$

$$(x-1)(x+1) \geq 0$$



$$(-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$$

$$\sqrt{x^2-1} < 1 \qquad a, b > 0 \qquad a < b$$

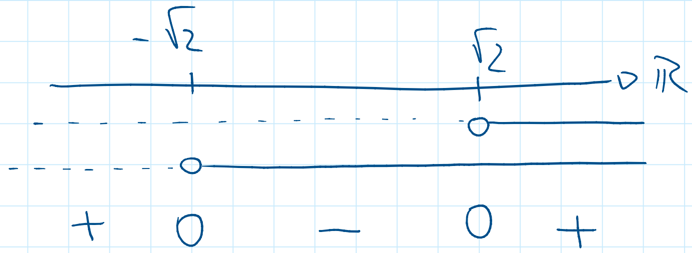
$$\Updownarrow \qquad\qquad\qquad \Updownarrow$$

$$x^2 - 1 < 1 \qquad\qquad a^2 < b^2$$

$$\Updownarrow$$

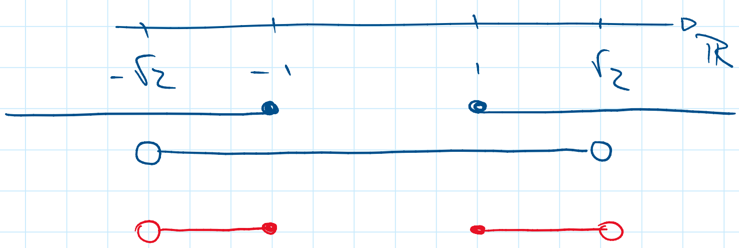
$$x^2 - 2 < 0$$

$$(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2}) < 0$$



$$x \in (-\sqrt{2}, \sqrt{2})$$

$$\begin{cases} x \in (-\infty, -1] \cup [1, +\infty) \\ x \in (-\sqrt{2}, \sqrt{2}) \end{cases}$$



$-\sqrt{2} < x \leq -1 \qquad 1 \leq x < \sqrt{2}$

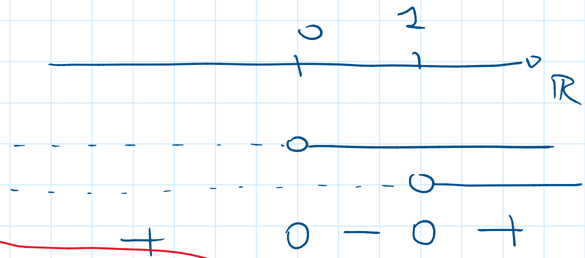
$$D = (-\sqrt{2}, -1] \cup [1, \sqrt{2})$$

$$f(x) = (x^2-x)^{\frac{x}{x+1}}$$

$$\begin{cases} x^2-x>0 \\ x+1\neq 0 \end{cases} \qquad x(x-1)>0$$

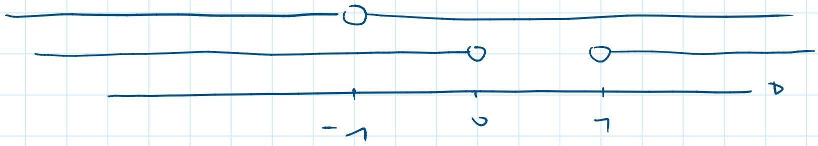
$$\downarrow$$

$$x\neq -1$$



$$x\in(-\infty,0)\cup(1,+\infty)$$

$$\begin{cases} x\in(-\infty,0)\cup(1,+\infty) \\ x\neq -1 \end{cases}$$



$$x\in(-\infty,-1)\cup(-1,0)\cup(1,+\infty)$$

Data la funzione $f(x)=\frac{x-2}{x+1}$, individuarne il dominio. Dimostrare che è iniettiva. Individuare l'immagine e scrivere la funzione inversa.

$$f(x)=\frac{x-2}{x+1} \qquad D=\{x\in\mathbb{R} : x+1\neq 0\} = \{x\in\mathbb{R} : x\neq -1\}$$

$$= (-\infty,-1)\cup(-1,+\infty)$$

$$\begin{cases} f(x_1)=f(x_2) \\ x_1, x_2\neq -1 \end{cases}$$

$$f(x)=\frac{x-2}{x+1} = \frac{x+1-1-2}{x+1} = \frac{(x+1)-3}{x+1} = 1-\frac{3}{x+1}$$

$$f(x_1)=f(x_2) \iff \cancel{1}-\frac{3}{x_1+1} = \cancel{1}-\frac{3}{x_2+1} \iff$$

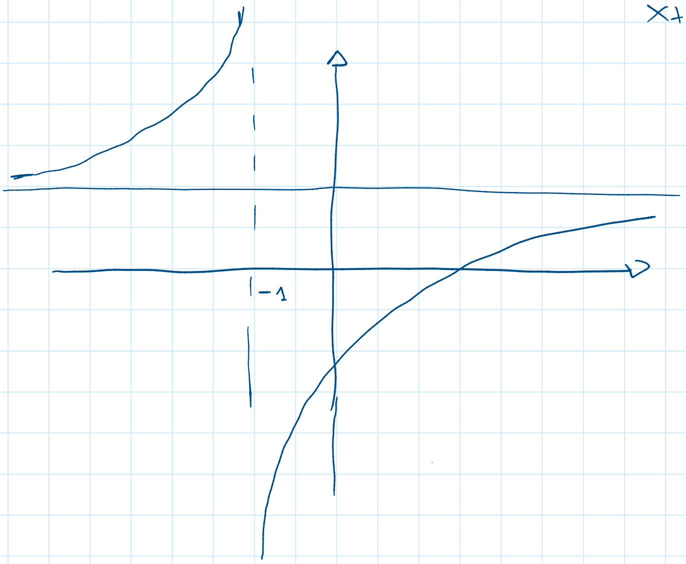
$$\frac{1}{x_1+1}=\frac{1}{x_2+1} \iff x_1+1=x_2+1 \iff x_1=x_2$$

$\Rightarrow f$ è iniettiva.

$$\tilde{f} : x \in (-\infty, -1) \longmapsto 1 - \frac{3}{x+1} \in \mathbb{R}$$

$$\lim_{x \to -\infty} \tilde{f}(x) = 1 \qquad \lim_{x \to -1^-} \left(1 - \frac{3}{x+1}\right) = +\infty$$

$$x+1 \to 0 \qquad x+1 < 0$$



$$\hat{f} : x \in (-1, +\infty) \longmapsto 1 - \frac{3}{x+1} \in \mathbb{R}$$

$$\lim_{x \to +\infty} \hat{f}(x) = 1$$

$$\lim_{x \to -1^+} \left(1 - \frac{3}{x+1}\right) = -\infty$$

$$x \to -1^+ \qquad x+1 \to 0 \qquad x+1 > 0$$

$$\mathrm{Im}(f) = \mathbb{R} \setminus \{1\} = (-\infty, 1) \cup (1, +\infty)$$

$$g : y \in (-\infty, 1) \cup (1, +\infty) \longmapsto g(y) : (-\infty, -1) \cup (-1, +\infty)$$

$y \in (-\infty, 1) \cup (1, +\infty) \quad \exists!\, x$ t.c. $y = f(x)$

$$y = 1 - \frac{3}{x+1}$$

$$y - 1 = \frac{-3}{x+1} \qquad \frac{3}{x+1} = 1 - y$$

$$\frac{x+1}{3} = \frac{1}{1-y} \qquad x+1 = \frac{3}{1-y} \qquad x = -1 + \frac{3}{1-y}$$

$$g(y) = -1 - \frac{3}{y-1}$$

Sia $f(x) = \dfrac{1}{\log|x|}$

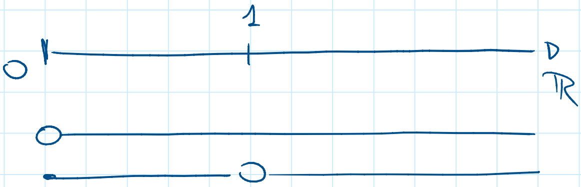
Determinare il dominio di f e studiarne il compor-

Andamento agli estremi del dominio -

f è pari

$D_+ := \mathrm{Dom}(f) \cap [0, +\infty)$

$$\begin{cases} |x| > 0 \\ \log|x| \neq 0 \\ x \geq 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x > 0 \\ |x| \neq 1 \end{cases} \qquad \begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$$



$D_+ = (0,1) \cup (1, +\infty)$

$(0,1) \cup (1, +\infty)$

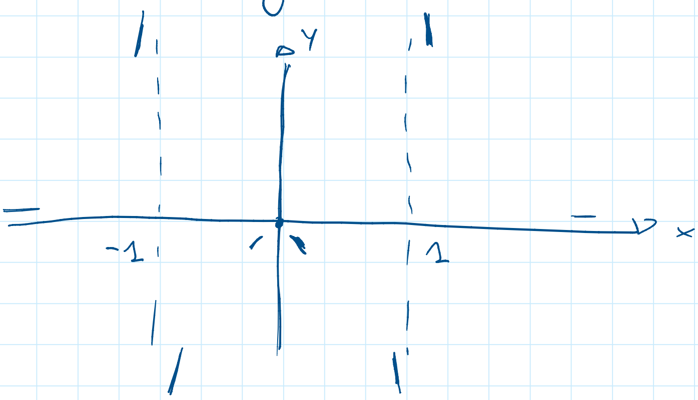
$\mathrm{Dom}(f) = (-\infty, -1) \cup (-1, 0) \cup$
$\cup (0, 1) \cup (1, +\infty)$

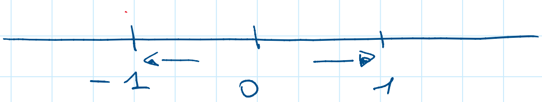
$$\lim_{x \to 0^+} \frac{1}{\log|x|} = 0 \qquad \lim_{x \to 0^-} \frac{1}{\log|x|} = 0$$

$$\lim_{x \to 1^-} \frac{1}{\log|x|} = -\infty \qquad \lim_{x \to -1^+} \frac{1}{\log|x|} = -\infty$$

$|x| \to 1 \qquad |x| < 1$

$\log|x| \to 0 \qquad \log|x| < 0$





$$\lim_{x \to 1^+} \frac{1}{\log|x|} = +\infty \qquad \lim_{x \to -1^-} \frac{1}{\log|x|} = -\infty$$

$|x| \to 1 \qquad \log|x| \to 0$

$\log|x| > 0$

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{1}{\log|x|} = 0 \qquad \lim_{x\to-\infty} \frac{1}{\log|x|} = 0$$

$y=0$ è ASINTOTO ORIZZONTALE

sia per $x\to+\infty$ che per $x\to-\infty$

— o —

$f(x) = x^2 \log(3x+2)$

$D = \{x\in\mathbb{R} : 3x+2>0\} \qquad 3x+2>0 \qquad x>-\frac{2}{3}$

$D = \left(-\frac{2}{3}, +\infty\right)$

$g(x) = x^2 \qquad h(x) = \log(3x+2) \qquad f(x) = g(x)h(x)$

$f'(x) = g'(x)h(x) + g(x)h'(x) \quad \leftarrow$

$g(x) = x^2 \quad \Rightarrow \quad g'(x) = 2x$

$h(x) = \log(3x+2) \qquad k_1(x) = 3x+2 \qquad k_2(x) = \log(x)$

$h(x) = k_2(k_1(x))$

$h'(x) = k_2'\Big|_{k_1(x)} \cdot k_1'(x) = \qquad k_2'(x) = \frac{1}{x}$

$= \frac{1}{k_1(x)} \cdot 3 \cdot 1 = \frac{3}{3x+2}$

$f'(x) = 2x \cdot \log(3x+2) + x^2 \frac{3}{3x+2} = x\left(2\log(3x+2) + \frac{3x}{3x+2}\right)$

$f(x) = \frac{2x+1}{(x+1)^2}$

$g(x) = 2x+1 \qquad h(x) = (x+1)^2 \quad \Rightarrow \quad f(x) = \frac{g(x)}{h(x)}$

$f'(x) = \frac{g'(x)h(x) - g(x)h'(x)}{h^2(x)}$

$g(x) = 2x+1 \qquad g'(x) = 2$

$h(x) = (x+1)^2 \qquad k_1(x) = x+1 \qquad k_2(x) = x^2$

$h(x) = k_2(k_1(x))$

$h'(x) = k_2'\big|_{k_1(x)} k_1'(x) = \left(2k_1(x)\right)\cdot 1 = 2(x+1)$

$$f'(x) = \frac{2(x+1)^2 - (2x+1)\,2(x+1)}{(x+1)^4} =$$

$$= \frac{2\cancel{(x+1)}\left(x+\cancel{1} - 2x - \cancel{1}\right)}{(x+1)^{\cancel{4}\,3}} = \frac{-2x}{(x+1)^3}$$

$f(x) = e^{2x}\left(3\cos(3x) + 2\sin(3x)\right)$

$f(x) = g(x)h(x) \qquad g(x) = e^{2x}$

$h(x) = 3\cos(3x) + 2\sin(3x)$

$f'(x) = g'(x)h(x) + g(x)h'(x)$

$g(x) = e^{2x} \qquad k_1(x) = 2x \qquad k_2(x) = e^x \qquad k_2'(x) = e^x$

$g(x) = k_2(k_1(x))$

$g'(x) = k_2'\big|_{k_1(x)} k_1'(x) = e^{k_1(x)}\cdot 2$

$= 2e^{2x}$

$h(x) = \underbrace{3\cos(3x)}_{h_1(x)} + \underbrace{2\sin(3x)}_{h_2(x)} \qquad h_1(x) = 3\cos(3x)$

$h_1'(x) = 3(\cos)'\big|_{3x}(3x)'$

$= 3(-\sin(3x))\cdot 3 = -9\sin(3x)$

$h_2(x) = 2\sin(3x)$

$h_2'(x) = 2(\sin)'\big|_{3x}(3x)' =$

$= 2\cos(3x)\,3 = 6\cos(3x)$

$f'(x) = 2e^{2x}\cdot\left(3\cos(3x) + 2\sin(3x)\right) + e^{2x}\left(-9\sin(3x) + 6\cos(3x)\right)$

$$= e^{2x}\left(6\cos(3x) + 4\sin(3x) - 9\sin(3x) + 6\cos(3x)\right)$$

$$= e^{2x}\left(12\cos(3x) - 5\sin(3x)\right)$$

— o —

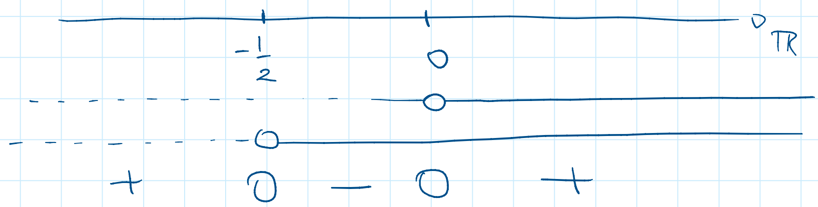
$f(x) = \log(2x^2 + x)$

Determinare il dominio di f, calcolare la retta Tg al grafico di f nel pTo $(1, f(1))$

Determinare, se esistono, pti T.c. la retta Tangente al grafico e' orizzontale

$$D = \{x \in \mathbb{R} : 2x^2 + x > 0\}$$

$2x^2 + x > 0$ $\qquad x(2x+1) > 0$ $\qquad 2x + 1 > 0 \iff x > -\frac{1}{2}$



$$D = \left(-\infty, -\frac{1}{2}\right) \cup (0, +\infty)$$

$f(x) = \log(2x^2 + x)$ $\qquad (x_0, f(x_0))$

$$y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$$

$f(1) = \log(2 \cdot 1 + 1) = \log(3)$

$f'(x) = \frac{1}{h(x)} h'(x) =$ $\qquad f(x) = g(h(x))$

$\qquad h(x) = 2x^2 + x$

$= \frac{4x+1}{2x^2 + x}$ $\qquad g(x) = \log(x)$

$\qquad g'(x) = \frac{1}{x}$

$f'(1) = \frac{4 \cdot 1 + 1}{2 \cdot 1^2 + 1} = \frac{5}{3}$ $\qquad h'(x) = 2 \cdot 2x + 1 = 4x + 1$

$2\cdot 1+1 \qquad 3$

$h'(x) = 2\cdot 2x+1 = 4x+1$

$$y = \log(3) + \frac{5}{3}(x-1)$$

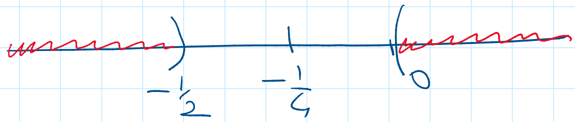
$$y = f(x_0) + f'(x_0)(x-x_0)$$

$y = \text{costante}$
$\Updownarrow$
$f'(x_0) = 0$

$$f'(x) = \frac{4x+1}{2x^2+x} \qquad x \in D$$

$$\begin{cases} 4x+1 = 0 \\ x \in \left(-\infty, -\frac{1}{2}\right) \cup (0, +\infty) \end{cases}$$

$4x+1=0 \iff x = -\frac{1}{4}$



$\nexists\, x_0 \in D$ t.c. la retta tg al grafico in $(x_0, f(x_0))$ sia orizzontale.

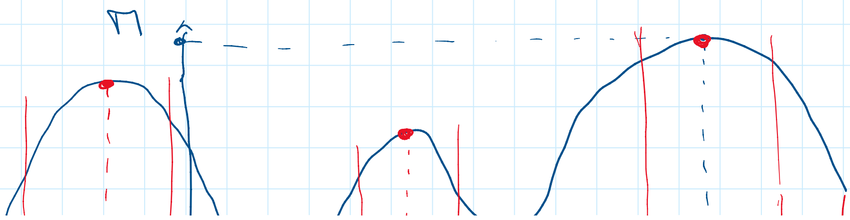
— · —

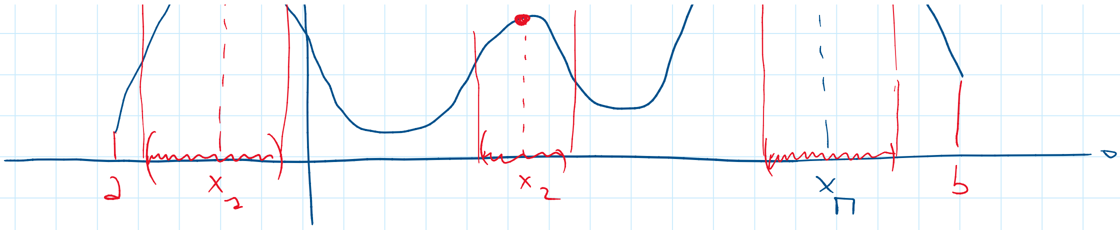
$f: D \subseteq \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

Un pto $x_0 \in D$ si dice pto di massimo assoluto per f se
$$f(x_0) \geq f(x) \quad \forall x \in D.$$
Il valore $f(x_0)$ si dice MASSIMO ASSOLUTO DI f

Un pto $x_0 \in D$ si dice pto di minimo assoluto per f se
$$f(x_0) \leq f(x) \quad \forall x \in D.$$
Il valore $f(x_0)$ si dice minimo assoluto di f.

Si dice che $x_0 \in D$ è un pto di massimo relativo (o di massimo locale) per f se $\exists\, \delta > 0$ t.c.
$$f(x_0) \geq f(x) \qquad \forall x \in D \cap (x_0-\delta, x_0+\delta)$$





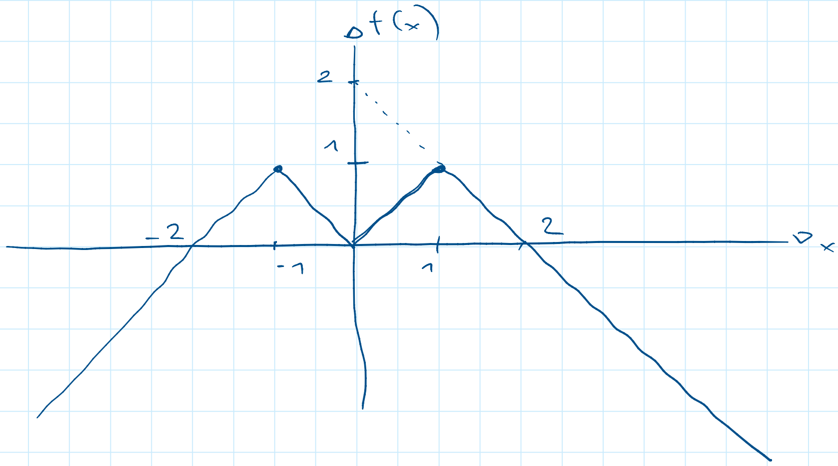
Si dice che $x_0 \in D$ è un pto di minimo relativo (o di minimo locale) per f se $\exists \delta > 0$ t.c.

$$f(x_0) \le f(x) \qquad \forall x \in D \cap (x_0 - \delta, x_0 + \delta)$$

— o —

ESEMPIO $\quad f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

$$f(x) = \begin{cases} |x| & |x| \le 1 \\ 2 - |x| & |x| > 1 \end{cases}$$



$x \in [0, 1] \quad f(x) = x$

$x > 1 \quad f(x) = 2 - x$

$x_1 = -1 \quad x_2 = 1$

PTI DI MAX ASSOLUTO

IL MAX ASSOLUTO È 1

La funzione non è limitata inferiormente quindi non esistono pti di minimo assoluto

$x_0 = 0$ è pto di minimo relativo perchè

$f(x_0) = 0 \quad$ e $\quad f(x) > 0 \quad \forall x \in (-2, 2)$ -

Se x_0 è un pto di massimo assoluto o di minimo assoluto, dico che x_0 è un pto di estremo assoluto e $f(x_0)$ si dice un estremo assoluto

Se x_0 è un pto di massimo relativo o di minimo relativo, dico che x_0 è un pto di estremo relativo e $f(x_0)$ si dice un estremo relativo.

TEOREMA DI FERMAT

Sia $f: [a,b] \to \mathbb{R}$, derivabile in un pto $x_0 \in (a,b)$

Se x_0 è un pto di estremo relativo, allora $f'(x_0) = 0$

DIM Supponiamo, per fissare le idee, che x_0 sia un pto di massimo relativo.

$\exists \delta > 0$ t.c. $f(x) \le f(x_0)$ $\forall x \in \underbrace{[a,b) \cap (x_0-\delta, x_0+\delta)}_{\neq (x_0-\delta, x_0+\delta)}$

$x_0 \in (a,b) \Rightarrow$ posso supporre $(x_0-\delta, x_0+\delta) \subset [a,b]$

$\exists \delta > 0$ t.c. $f(x) \le f(x_0)$ $\forall x \in (x_0-\delta, x_0+\delta)$

$f(x) - f(x_0) \le 0$ $\forall x \in (x_0-\delta, x_0+\delta)$ $\leftarrow$

Se $x \in (x_0, x_0+\delta)$ $f(x) - f(x_0) \le 0$

$x - x_0 > 0$

$$\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} \le 0 \quad \forall x \in (x_0, x_0+\delta) \quad \Leftarrow$$

$$f'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = \lim_{x \to x_0^+} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} \le 0 \quad \Leftarrow$$

Se $x \in (x_0-\delta, x_0)$ $f(x) - f(x_0) \le 0$

$x - x_0 < 0$

$$\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} \ge 0 \quad \forall x \in (x_0-\delta, x_0) \quad \leftarrow$$

$f'(x_0)$ ... $\lim$ $\frac{f(x)-f(x_0)}{...}$ ... $\lim$ $\frac{f(x)-f(x_0)}{...}$

$x - x_0$

$$f'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = \lim_{x \to x_0^-} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} \geq 0$$

$$f'(x_0) \leq 0 \qquad f'(x_0) \geq 0 \qquad \Longrightarrow f'(x_0) = 0$$

— o —

Sia $f : (a,b) \to \mathbb{R}$ e sia $x_0 \in (a,b)$ t.c. $f'(x_0) = 0$

Allora x_0 si dice pto stazionario di f.

— o —

$f : x \in \mathbb{R} \mapsto x^3 \in \mathbb{R}$

$f(0) = 0 \qquad f(x) < 0 \quad \forall x < 0 \qquad f(x) > 0 \quad \forall x > 0$

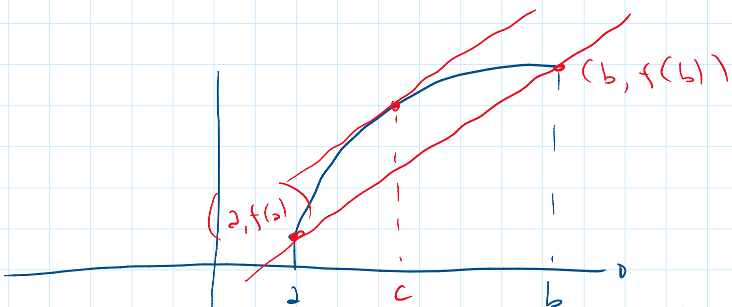
$f'(x) = 3x^2 \qquad f'(0) = 0 \qquad x_0 = 0$ è un pto stazionario di f ma non è un pto di estremo relativo.

TEOREMA DEL VALOR MEDIO (Teo di Lagrange)

Sia $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ t.c. f è continua in $[a,b]$

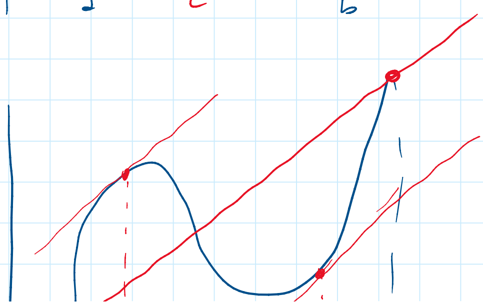
f è derivabile in (a,b)

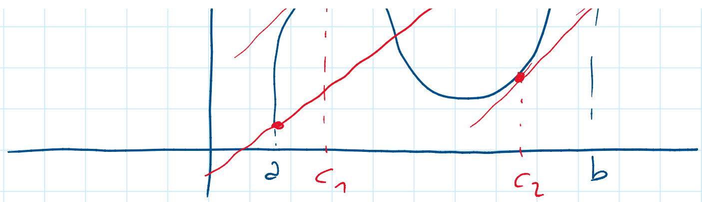
Allora $\exists c \in (a,b)$ t.c. $f'(c) = \dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}$.



$(c, f(c))$

$f'(c)$





DIM Retta per $(a, f(a))$ e $(b, f(b))$

$$y = f(a) + \frac{f(b)-f(a)}{b-a}(x-a)$$

$$g(x) = f(x) - \left(f(a) + \frac{f(b)-f(a)}{b-a}(x-a) \right)$$

$$g(a) = f(a) - (f(a) + 0) = 0$$

$$g(b) = f(b) - \left(f(a) + \frac{f(b)-f(a)}{\cancel{b-a}} \cancel{(b-a)} \right) =$$

$$= f(b) - f(a) - f(b) + f(a) = 0$$

g è continua in $[a,b]$

g è derivabile in (a,b) $\quad g'(x) = f'(x) - \dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}$

$f'(x) = \dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}$ sse $g'(x) = 0$

Basta provare che $\exists c \in (a,b)$ t.c. $g'(c) = 0$

$g : [a,b] \to \mathbb{R}$ è continua

Per il Teorema di Weierstrass g ammette massimo M e minimo assoluti m, $M \geq m$.

Ora se Max assoluto e minimo assoluto sono assunti entrambi sugli estremi, poiché $g(a) = g(b) = 0$ ho che g è costante $g(x) = 0 \quad \forall x \in [a,b]$

$\Rightarrow g'(x) = 0 \quad \forall x \in (a,b)$

Altrimenti almeno uno tra il max assoluto e il minimo assoluto è assunto in un pto di (a,b).

Per fissare le idee suppongo che il max assoluto sia assunto in un pto interno. Chiamo x_M questo pto.

Quindi: · $x_M \in (a,b)$

· x_M è un pto di estremo relativo per g

· g è derivabile in x_M

Per il Teorema di Fermat $g'(x_M) = 0$.

TEOREMA DI MONOTONIA

Sia $f: (a,b) \to \mathbb{R}$ derivabile

Allora · f è monotona crescente sse $f'(x) \geq 0$ $\forall x \in (a,b)$

· f è monotona decrescente sse $f'(x) \leq 0$ $\forall x \in (a,b)$

DIM Supponiamo che f sia monotona crescente

$$\forall x_1, x_2 \in (a,b) \quad x_1 \neq x_2 \quad \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} \geq 0$$

$$x_2 > x_1 \Rightarrow \quad \frac{f(x_2) - f(x_1) \geq 0}{x_2 - x_1 > 0}$$

$$x_2 < x_1 \quad \frac{f(x_2) - f(x_1) \leq 0}{x_2 - x_1 < 0}$$

$$f'(x_1) = \lim_{x_2 \to x_1} \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} \geq 0 \qquad \forall x_1 \in (a,b)$$

Viceversa Supponiamo $f'(x) \geq 0$ $\forall x \in (a,b)$

$x_1, x_2 \in (a,b)$ t.c. $x_1 < x_2$

Per il Teo di Lagrange $\exists c \in (x_1, x_2)$ t.c.

$$f'(c) = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$$

$$f'(c) = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$$

$$\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} \geq 0 \qquad f(x_2) \geq f(x_1) \quad \text{per } x_2 > x_1 .$$

Corollario Sia $f : (a,b) \to \mathbb{R}$ funzione derivabile.
Allora f è costante SSE $f'(x) = 0 \ \forall x \in (a,b)$

DIM ① f costante $\Rightarrow f'(x) = 0$ già visto

② $f'(x) = 0 \ \forall x \in (a,b) \Rightarrow f$ costante

$f'(x) = 0 \Rightarrow f'(x) \geq 0 \ \forall x \in (a,b) \Rightarrow f$ è monotone crescente

$$a < x_1 < x_2 < b \Rightarrow f(x_1) \leq f(x_2) \leftarrow$$

$f'(x) = 0 \Rightarrow f'(x) \leq 0 \ \forall x \in (a,b) \Rightarrow f$ è monotone decrescente

$$a < x_1 < x_2 < b \Rightarrow f(x_1) \geq f(x_2) \leftarrow$$

$\Rightarrow f(x_1) = f(x_2) \quad \forall x_1, x_2 \quad a < x_1 < x_2 < b$

cioè f è costante.

OSSERVAZIONE $f(x) = \operatorname{arctg}(x) + \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{x}\right)$

$x \neq 0 \qquad D = (-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$

$$f'(x) = \frac{1}{1+x^2} + \frac{1}{1+\left(\frac{1}{x}\right)^2} \cdot \left(-x^{-2}\right) =$$

$$= \frac{1}{1+x^2} + \frac{1}{\frac{x^2+1}{\cancel{x^2}}} \cdot \frac{-1}{\cancel{x^2}} = \frac{1}{1+x^2} - \frac{1}{1+x^2} = 0$$

$f(x)$ è costante in $(0, +\infty)$

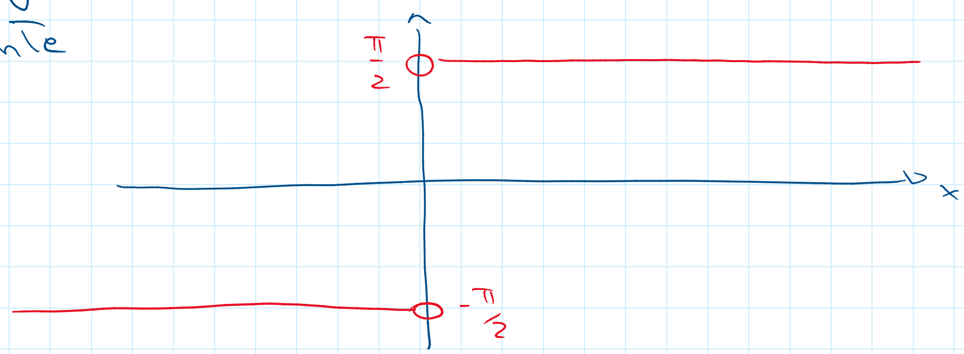
$f(x) = f(1) \quad \forall x \in (0, +\infty) \qquad f(1) = \operatorname{arctg}(1) + \operatorname{arctg}(1) = 2\frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$

$f(x)$ è costante in $(-\infty, 0)$

$f(x) = f(-1) \quad \forall x \in (-\infty, 0) \qquad f(-1) = \operatorname{arctg}(-1) + \operatorname{arctg}(-1)$

$f(x) = f(-1) \quad \forall x \in (-\infty, 0)$ $\quad f(-1) = \operatorname{arctg}(-1) + \operatorname{arctg}(-1) = -2\operatorname{arctg}(1) = -\frac{\pi}{2}$

Quindi la funzione $f : D \to \mathbb{R}$ non è costante



$f : [a,b] \to \mathbb{R}$

- f continua in $[a,b]$
- f derivabile in (a,b)

f continua in $[a,b] \Rightarrow$ per il Teo di Weierstrass f ammette MAX e min assoluti.

- Calcolo $f(a)$ e $f(b)$
- Cerco le $x \in (a,b)$ t.c. $f'(x) = 0$

  Calcolo il valore di f nei pti stazionari

ESEMPIO $\quad f(x) = e^{-x^2}(2x+1) \quad x \in [-2,2]$

$f(-2) = e^{-4}(-4+1) = -3e^{-4}$

$f(2) = e^{-4}(4+1) = 5e^{-4}$

$$f'(x) = \left(e^{-x^2}\right)'(2x+1) + \left(e^{-x^2}\right)(2x+1)' =$$

$$= e^{-x^2}(-2x)(2x+1) + e^{-x^2}(2) =$$

$$= \underbrace{2e^{-x^2}}_{>0}\left(-2x^2 - x + 1\right)$$

$f'(x)=0$ SSE $\begin{cases} -2x^2-x+1=0 \\ x\in(-2,2) \end{cases}$

$-2x^2-x+1=0$

$2x^2+x-1=0$ $\qquad D=1-4(2)(-1)=9$

$x_{1,2}=\dfrac{-1\pm 3}{2\cdot 2} \begin{cases} 1/2 \\ -1 \end{cases}$

I pti stazionari sono $x_1=\frac{1}{2}$ $\quad x_2=-1$

$f(x_1)=f\left(\frac{1}{2}\right)=e^{-x^2}(2x+1)\Big|_{x=\frac{1}{2}}=e^{-1/4}\left(2\cdot\frac{1}{2}+1\right)=2e^{-1/4}$

$f(x_2)=f(-1)=e^{-x^2}(2x+1)\Big|_{x=-1}=e^{-1}(-2+1)=-e^{-1}$

$f(-2)=-3e^{-4}$ $\qquad f(2)=5e^{-4}$

$f\left(\frac{1}{2}\right)=2e^{-1/4}$ $\qquad f(-1)=-e^{-1}$

$-e^{-1}<-3e^{-4}<5e^{-4}<2e^{-1/4}$ $\longleftarrow$

min assoluto $=e^{-1}$ $\qquad$ pto di min assoluto $x_m=-1$

MAX assoluto $=2e^{-1/4}$ $\qquad$ pto di max assoluto $x_M=\frac{1}{2}$

$f'(x)=2e^{-x^2}\left(-2x^2-x+1\right)$

$f'(x)\gtrless 0$ SSE $-2x^2-x+1\gtrless 0$

SSE $2x^2+x-1 \lesseqgtr 0$ $\qquad x_1=\frac{1}{2}$ $\quad x_2=-1$

$2x^2+x+1=2(x-x_1)(x-x_2)=2\left(x-\frac{1}{2}\right)(x+1)$

$f'(x)\gtrless 0$ SSE $\left(x-\frac{1}{2}\right)(x+1)\lesseqgtr 0$

	-2		-1		$\frac{1}{2}$		2
$x-\frac{1}{2}$		- - - -		- - - -	0	———	
$x+1$		- - - -	0	———		———	
$(x-\frac{1}{2})(x+1)$		>0		<0		>0	
$f'(x)$		<0		>0		<0	
$f(x)$		↘		↗		↘	

-2 e $\frac{1}{2}$ sono i pti di max relativo

-1 e 2 sono i pti di min relativo

$f(-2)$ $\quad f\left(\frac{1}{2}\right)$

$f(-1)$ $\quad f(2)$