

Esercizi 6 - Statistica

Esercizio 1. Si assuma che l'altezza media di un adulto (misurata in cm) sia 170 con scarto quadratico medio di 10. Assumendo che l'altezza sia indipendente tra gli individui e che abbia distribuzione normale, calcolare la probabilità che

1. selezionando un adulto a caso questi sia più alto di 175 cm;
2. selezionando dieci adulti a caso questi siano mediamente più alti di 175 cm;
3. selezionando cento adulti a caso questi siano mediamente più alti di 175 cm;

Esercizio 2. Il compressore della vostra gelatiera deve lavorare per 30 minuti per produrre un kg di gelato. La distribuzione delle tempo di funzionamento (misurato in ore) continuato senza guasti di una componente fondamentale della gelatiera ha distribuzione esponenziale $\exp(\lambda)$ con λ ignoto. Con i dati in nostro possesso possiamo dire che $[0.24, 0.25]$ è un intervallo di confidenza per λ con livello di fiducia 0.99. Andate dal gelataio o fate il gelato con la gelatiera?

Esercizio 3. Per misurare il livello di ossigeno in una vasca per l'allevamento di trote sono a disposizione due metodologie. Sapendo che

1. le misure prodotte da ambedue le metodiche hanno media μ_0 , vero valore del parametro che si sta misurando;
2. la varianza degli errori della seconda metodica è 5 volte la varianza degli errori della prima metodica;
3. il costo (reagenti, tempo dell'operatore,...) di una misura con la prima metodica è 8 volte quello di una misura con la seconda metodica;

si dica se è più conveniente utilizzare la prima o la seconda metodica.

Esercizio 4. Nell'ambito di un'indagine sui consumi delle famiglie italiane è stato osservato un campione di 250 unità. È risultato che le famiglie intervistate spendono mediamente 65 Euro al mese per l'acquisto di carne, con una varianza campionaria pari a 300.

1. Si costruisca un intervallo di confidenza al 90% per la spesa media di carne delle famiglie italiane.
2. Si costruisca un intervallo di confidenza al 90% per la varianza della spesa di carne delle famiglie italiane.

$$[qt(0.95, 249) = 1.650996 \quad qchisq(0.05, 249) = 213.4653 \\ qchisq(0.95, 249) = 286.8078]$$

Esercizio 5. Il prezzo di vendita della benzina (misurato in Euro) nei distributori della marca SarebbeMeglioPedalare la settimana scorsa aveva una distribuzione normale con valore atteso di 1.4. Tra i distributori di questa marca ne vengono selezionati dieci e per ognuno di essi si rileva il prezzo di vendita di questa settimana:

1.549 1.389 1.225 1.082 1.682 1.165 1.301 1.213 1.364 1.448

[mean = 1.341865 sd = 0.1835809 qt(0.975, 9) = 2.262157 qt(0.95, 9) = 1.833113]

1. Calcolare lo stimatore di massima verosimiglianza per il prezzo di questa settimana ed un intervallo di confidenza di livello di fiducia $1 - \alpha = 0.95$.
2. Tramite un test d'ipotesi di livello di significatività $\alpha = 0.05$ stabilire se si possa dire
 - a) se il prezzo è variato;
 - b) se il prezzo è diminuito.
3. Ripetere con $\alpha = 0.1$.

Esercizio 6. La produzione annuale media di latte di ognuna delle 10 capre dell'azienda *Checaprasei*, misurata in litri, segue una distribuzione gaussiana. Le produzioni osservate sono state:

878 933 824 795 954 769 771 888 802 802

[mean 841.6 sd 66.94807]

Dopo aver ambiato terreno di pascolo, la produttività annua segue ancora una distribuzione gaussiana. Le produttività osservate dopo il cambio di pascolo sono state:

943 1012 1001 861 1209 883 867 788 890 917

[mean 937.1 sd 116.4965]

1. Definire un intervallo di confidenza per la variazione della produttività media ad un livello di fiducia 0.95.

[qt(0.975, 18) = 2.100922]

Domanda 3) Si rileva la spesa settimanale per il pane in un campione di 11 famiglie. I dati rilevati, in Euro, sono

12.63 10.33 10.09 9.30 9.61 7.92 9.37 10.40 8.83 9.80 12.75

Supponendo di avere a che fare con un campione gaussiano, calcolare un intervallo di confidenza bilaterale, con livello di confidenza 0.95, sia per il valore atteso che per la varianza del campione.

.....,

Svolgimento

Domanda 4) Sia Y_1, \dots, Y_{100} un campione statistico a valori in $\{0, 1, 2\}$.

Si dica, in base ai dati qui sotto riportati e al test del χ^2 , se è accettabile con livello di significatività $\alpha = 0.05$ l'ipotesi che il campione abbia distribuzione binomiale di parametri $n = 2, p = 0.5$.

1 2 1 1 1 0 2 0 1 0 1 0 0 1 1 0 1 2 0 1 2 0 0 2 1 1 0 1 0 1 2 2 2 1 1 1 0
1 2 0 1 2 1 0 2 1 0 0 1 2 0 0 1 1 0 1 1 1 2 2 2 0 2 0 0 0 2 0 2 0 2 1 1 0
1 2 1 1 2 1 1 0 1 2 1 0 2 1 1 2 0 2 1 1 1 1 1 1 1 1 0

N.B.: Lo "0" appare 30 volte, l'"1" compare 45 volte e il "2" compare 25 volte.

Svolgimento