

Metodi Matematici – 2017-2018
Primo Compitino – 3 Maggio 2018

Domanda 1) Definire la nozione di stato ricorrente per una catena di Markov omogenea e le condizioni equivalenti in termini di ritorni nello stato.

Domanda 2) Definire la nozione di tempo di rinnovo ed enunciare la proprietà di Markov forte.

Domanda 3) Definire la convergenza in legge ed enunciare il teorema centrale del limite.

Domanda 4) Enunciare la legge (debole e forte) dei grandi numeri e dimostrare la legge debole.

Domanda 5) Si consideri la matrice stocastica

$$P = \begin{pmatrix} 0 & 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1/4 & 0 & 1/4 & 1/2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Dire se l'applicazione associata ammette pozzo (ed in tal caso calcolarlo).

.....,

Svolgimento

Domanda 6) Si consideri la matrice stocastica

$$P = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 & 1/2 \\ 1/4 & 0 & 3/4 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Dire se l'applicazione associata ammette pozzo (ed in tal caso calcolarlo).

.....,

Svolgimento

Domanda 7) Ci si muove sui punti $e^{ik\frac{\pi}{2}}$, $k = 1, 2, 3, 4$ secondo la seguente regola: si lanciano due dadi (non truccati).

1. Se sono in posizione corrispondente a k pari e sui due dadi esce lo stesso punteggio, mi sposto di $\frac{\pi}{2}$ in senso orario;
2. Se sono in posizione corrispondente a k pari e sui due dadi escono punteggi diversi, mi sposto di π ;
3. Se sono in posizione corrispondente a k dispari e sui due dadi esce lo stesso punteggio, mi sposto di $\frac{\pi}{2}$ in senso antiorario;
4. Se sono in posizione corrispondente a k dispari e sui due dadi escono punteggi diversi, sto fermo.

Scrivere la corrispondente matrice di transizione P ed il grafo associato.

Dire se P è irriducibile e/o regolare.

.....,

Svolgimento

Domanda 8) Ci si muove sui punti $e^{ik\frac{\pi}{2}}$, $k = 1, 2, 3, 4$ secondo la seguente regola: si lanciano due dadi (non truccati).

1. Se sono in posizione corrispondente a k dispari e sui due dadi esce lo stesso punteggio, mi sposto di $\frac{\pi}{2}$ in senso orario;
2. Se sono in posizione corrispondente a k dispari e sui due dadi escono punteggi diversi, mi sposto di π ;
3. Se sono in posizione corrispondente a k pari e sui due dadi esce lo stesso punteggio, sto fermo;
4. Se sono in posizione corrispondente a k pari e sui due dadi escono punteggi diversi, mi sposto di $\frac{\pi}{2}$ in senso antiorario.

Scrivere la corrispondente matrice di transizione P ed il grafo associato.
Dire se P è irriducibile e/o regolare.

.....,

Svolgimento