Calcolo delle Probabilità –2016-2017

Primo Appello – 17 Gennaio 2017

Domanda 1) Le v.a. X e Y sono i.i.d. con distribuzione binomiale di parametri $n = 2$ e $p \in (0,1)$. Siano $m := \min\{X, Y\}$ e $M := \max\{X, Y\}$. Calcolare la densità congiunta e le densità marginali di (m, M) e dire se m ed M sono indipendenti.

. . . . , ...

Svolgimento

Domanda 2) Sia $R > 0$. La v.a. vettoriale (X, Y) ha distribuzione assolutamente continua con densità

$$f(x, y) = Cx^2y^2\mathbb{1}_D(x, y)$$

dove $D := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \colon x^2 + y^2 \leq R^2\}$. Determinare il valore della costante C e calcolare la distribuzione della v.a. $Z := \frac{Y}{X}$.

...., ...

Svolgimento

Domanda 3) Un'urna contiene b palline bianche e r palline rosse. Si estraggono successivamente n palline, $n < \min\{b, r\}$, senza reimbussolamento tra un'estrazione e la successiva. Sapendo che sono state estratte $k \geq 1$ palline bianche, calcolare la probabilità che la prima estratte fossa bianca.
Sapendo che sono state estratte $k \geq 2$ palline bianche e che la prima estratta era bianca, calcolare la probabilità che anche la seconda estratta fosse bianca.

.... , ...

Svolgimento

Domanda 4) Le v.a. X e Y hanno distribuzione congiunta a.c. con densità

$$f(x,y) = \begin{cases} a & 0 \leq x \leq 1,\ 0 \leq y \leq 1-x, \\ b & 0 \leq x \leq 1,\ 1-x \leq y \leq 1, \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

Dire quali valori del parametro $(a,b) \in \mathbb{R}^2$ sono ammissibili e, al variare di tali parametri, calcolare:

1. la densità f_X della v.a. X;
2. il valore atteso e la varianza della v.a. X.

Determinare, se esitono, i valori per i quali $\mathrm{Var}[X]$ è massimo o minimo.
Dire se esistono valori di (a,b) per i quali X e Y sono v.a. indipendenti.

. . . .

Svolgimento