# Metodi Matematici e Probabilistici - B046 –2013-2014

## Settimo Appello – 9 Settembre 2014

**n. 1**

**Domanda 1) (max 10 punti)** Si lanciano un dado (non truccato) e sei monete (non truccate). Calcolare
1. la probabilità che il punteggio ottenuto sul dado sia uguale al numero di teste ottenute nel lancio delle monete;
2. la probabilità che il punteggio ottenuto sul dado sia minore del numero di teste ottenute nel lancio delle monete;
3. la probabilità che il punteggio ottenuto sul dado sia maggiore del numero di teste ottenute nel lancio delle monete;

$\mathbb{P}_1 = \frac{21}{128}$, $\mathbb{P}_2 = \frac{43}{128}$, $\mathbb{P}_3 = \frac{1}{2}$.

**È richiesta la risposta esatta scritta sottoforma di frazione**

**Svolgimento**

**Domanda 2) (max 10 punti)** La v.a. $X$ è uniformemente distribuita sull'intervallo $(0,a)$, $a>0$. Calcolare distribuzione, media, varianza e mediana della v.a. $Y := \sqrt{X}$.

$\mathbb{P}_Y(\mathrm{d}t) = \frac{2t}{a}\,\mathbb{1}_{(0,\sqrt{a})}\,\mathrm{d}t$, $\qquad \mathbb{E}[Y] = \frac{2\sqrt{a}}{3}$, $\qquad \mathrm{Var}[Y] = \frac{a}{18}$, $\qquad$ mediana di $Y = \sqrt{\frac{a}{2}}$.

**Svolgimento**

**Domanda 3) (max 10 punti)** La v.a. $Y$ è bernoulliana di parametro $p \in [0,1]$. La v.a. $X$ è tale che

$$\mathbb{P}(X \le t | Y = 0) = \begin{cases} 0 & t \le 0, \\ 1 - \mathrm{e}^{-\lambda \mathrm{t}} & t > 0; \end{cases} \qquad \mathbb{P}(X \le t | Y = 1) = \begin{cases} 0 & t \le 0, \\ 1 - \mathrm{e}^{-\mu \mathrm{t}} & t > 0. \end{cases}$$

Calcolare la legge di $X$, la sua densità (se ben definita), media e varianza.

$$F_X(t) = \left(1 - (1-p)\mathrm{e}^{-\lambda t} - p\mathrm{e}^{-\mu t}\right) \mathbb{1}_{(0,+\infty)}, \qquad f_X(t) = \left(\lambda(1-p)\mathrm{e}^{-\lambda t} + \mu p \mathrm{e}^{-\mu t}\right) \mathbb{1}_{(0,+\infty)},$$

$$\mathbb{E}[X] = \frac{1-p}{\lambda} + \frac{p}{\mu}, \qquad \mathrm{Var}[X] = \frac{1-p^2}{\lambda^2} + \frac{p(2-p)}{\mu^2} - \frac{2p(1-p)}{\lambda\mu}.$$

**Svolgimento**