Metodi Matematici e Probabilistici - B046 –2013-2014

Sesto Appello – 15 Luglio 2014

---

n. 1

Domanda 1) (max 10 punti) Si hanno due urne. La prima contiene 4 palline bianche e 2 palline rosse. La seconda contiene 2 palline bianche e 4 palline rosse. Si lanciano 2 monete
1. se escono due teste si estraggono 4 palline dalla prima urna;
2. se escono due croci si estraggono 4 palline dalla seconda urna;
3. se esce una testa e una croce si estraggono due pallina da ciascuna urna.
Calcolare la probabilità di estrarre due palline bianche e due palline rosse.
Sapendo di avere estratto due palline bianche e due palline rosse, calcolare la probabilità di aver ottenuto una testa ed una croce nel lancio delle monete

$\mathbb{P}_1 = \frac{191}{450}$ $\mathbb{P}_2 = \frac{101}{191}$

Svolgimento

Domanda 2) (max 10 punti) La v.a. X segue la distribuzione gaussiana standard. La v.a. Y è così definita:

$$Y(\omega) = \begin{cases} X(\omega) & \text{se } -1 < X(\omega) < 1, \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

Calcolare la legge della v.a. Y in termini della legge gaussiana standard $\Phi(t)$ e dire se la distribuzione $\mathbb{P}_Y$ è assolutamente continua.

$$F_Y(t) = \begin{cases} 0 & t < -1 \\ \Phi(t) + \Phi(1) - 1 & -1 \leq t < 0 \\ \Phi(t) - \Phi(1) + 1 & 0 \leq t < 1 \\ 1 & t \geq 1 \end{cases},$$

La distribuzione non può essere assolutamente continua perché la legge è discontinua in $t = 0$

Svolgimento

Domanda 3) (max 10 punti) Le variabili aleatorie X e Y sono distribuite sull'insieme degli interni non negativi $\mathbb{N}_0$. Sapendo che

$$\mathbb{P}(Y = i | X + Y = k) = \begin{cases} \binom{k}{i} p^i (1-p)^{k-i} & i = 0, \ldots, k, \\ 0 & i > k, \end{cases} \qquad \forall k \in N_0,$$

$$\mathbb{P}_{X+Y} = \mathrm{Poiss}(\lambda),$$

calcolare le distribuzioni $\mathbb{P}_X$ e $\mathbb{P}_Y$.

$\mathbb{P}_X = \mathrm{Poiss}(\lambda(1-p))$, $\mathbb{P}_Y = \mathrm{Poiss}(\lambda p)$

Svolgimento