

Analisi Matematica I – CdL Fisica e Astrofisica
Terzo Appello - 15 Aprile 2014

Esercizio 1. Calcolare

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\log(\sqrt{n^3} - \sqrt{n})}{\log(\sqrt{n} + \log n)}.$$

Esercizio 2. Si consideri la funzione $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} (1 - \cos x) \sin \frac{1}{x} & \text{se } x \neq 0, \\ 0 & \text{se } x = 0. \end{cases}$$

Dimostrare che la funzione f è continua e derivabile in tutto il suo dominio. La derivata f' è continua in tutti i punti del suo dominio?

Esercizio 3. Tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = \frac{x e^{-x}}{x - 1}$$

e determinare il carattere degli integrali

$$\int_1^2 f(x) dx, \quad \int_2^{+\infty} f(x) dx.$$

Esercizio 4. Al variare del parametro reale positivo α , determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\log(1 + \alpha^n)}{n^\alpha}.$$