

5 Esercizi assegnati durante le prove intermedie

Esercizio 5.1. Sul pianeta RivoluzioneRapida l'anno solare dura 20 giorni. n abitanti del pianeta si trovano al Bar “La Galassia de no’attri”. Calcolare il valore minimo di n per cui la probabilità che siano nati in n giorni distinti è inferiore a $\frac{3}{4}$.

Esercizio 5.2. Quante sono le permutazioni di $\{1, 2, \dots, 10\}$ che hanno esattamente cinque punti fissi?

Esercizio 5.3. Calcolare il numero di parole di lunghezza 4 sull'alfabeto $\{a, e, i, o, u\}$ che contengono esattamente due simboli dei cinque a disposizione.

Esercizio 5.4. Quanti sono i numeri di cinque cifre decimali che hanno due cifre pari e tre cifre dispari?

Esercizio 5.5. Calcolare il numero di quaterne (x_1, x_2, x_3, x_4) di interi non negativi la cui somma è uguale a 100.

Esercizio 5.6. Il villaggio di Armorica si deve difendere dall'attacco delle legioni di Giulio Cesare. I suoi 100 guerrieri e 8 druidi devono suddividersi in “Squadra Est”, “Squadra Nord”, “Squadra Ovest” e “Squadra Sud” in modo che ogni squadra contenga almeno un druido. Quante possibili collocazioni dei 108 abitanti nelle quattro diverse squadre sono possibili?

Esercizio 5.7. Le squadre di pallavolo “Sempre più in alto” e “La ripiglio io” giocano una partita al meglio di tre set su cinque. In base all'andamento storico delle squadre la probabilità di vittoria dei “Sempre più in alto” in ogni singolo set è di 0.6. Supponendo che il risultato di un set non influenzi il risultato degli altri set, calcolare la probabilità che la squadra “Sempre più in alto” vinca la partita al quinto set.

Esercizio 5.8. Sia $f: \{1, \dots, 5\} \rightarrow \{-1, 0, 1\}$. Calcolare la probabilità che f sia suriettiva

Esercizio 5.9. La v.a. X è assolutamente continua di densità

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} & 1 \leq |x| \leq 2, \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

Sia $Y := \max\{2, X^2\}$. Scrivere la legge di Y e calcolarne la media.

Esercizio 5.10. La v.a. X è assolutamente continua di densità

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} & 1 \leq |x| \leq 2, \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

Sia $Y := \max\{3, X^2\}$. Scrivere la legge di Y e calcolarne la media.

Esercizio 5.11. Si hanno a disposizione 3 urne, che indichiamo U_1, U_2, U_3 . Ciascuna urna U_i contiene i palline bianche e $6 - 2i$ palline rosse. Viene selezionata un'urna. La probabilità di selezionare l'urna U_i è $\frac{i}{6}$, $i = 1, 2, 3$. Viene poi estratta una pallina *a caso* dall'urna selezionata.

Calcolare la probabilità che la pallina estratta sia rossa.

Sapendo che la pallina estratta è rossa, calcolare la probabilità che sia stata selezionata l'urna U_i , $i = 1, 2, 3$.

Esercizio 5.12. Si hanno a disposizione 3 urne, che indichiamo U_1, U_2, U_3 . Ciascuna urna U_i contiene $2i$ palline bianche e $6 - i$ palline rosse. Viene selezionata un'urna. La probabilità di selezionare l'urna U_i è $\frac{i}{6}$, $i = 1, 2, 3$. Viene poi estratta una pallina *a caso* dall'urna selezionata.

Calcolare la probabilità che la pallina estratta sia rossa.

Sapendo che la pallina estratta è rossa, calcolare la probabilità che sia stata selezionata l'urna U_i , $i = 1, 2, 3$.

Esercizio 5.13. La v.a. X segue la distribuzione geometrica di parametro $p \in (0, 1)$. Sia $Y := \max\{X^2, 5X - 4\}$. Indicare l'immagine di Y e la sua densità.

Esercizio 5.14. La v.a. X segue la distribuzione geometrica di parametro $p \in (0, 1)$. Sia $Y := \max\{20 - X, 5X - 4\}$. Indicare l'immagine di Y e la sua densità.