

2 Foglio 2 – Combinatorica 2

Esercizio 2.1. Sia A un insieme finito di cardinalità n .

1. Quanti sono i sottoinsiemi di A ? 2. Quanti sono i sottoinsiemi di A aventi cardinalità pari? (Dimostrare preliminarmente che i sottoinsiemi di cardinalità pari sono tanti quanti i sottoinsiemi di cardinalità dispari)

$$[2^n, 2^{n-1}]$$

Esercizio 2.2. Dimostrare l'uguaglianza

$$\binom{n+k+1}{k} = \sum_{i=0}^k \binom{n+i}{i}$$

Esercizio 2.3. Quanti sono gli interi compresi tra 10000 e 99999 in cui ogni cifra è maggiore della cifra alla sua destra? [252]

Esercizio 2.4. 12 palline indistinguibili vengono collocate in 3 scatole, una bianca, una rossa e una verde.

1. Quante diverse collocazioni ci sono?
2. Le palline vengono distinte numerandole da 1 a 12 e poi vengono nuovamente collocate nelle tre scatole.
 - a) Quante diverse collocazioni ordinate delle 12 palline ci sono?
 - b) E non ordinate?

$$[91, \frac{14!}{2}, 3^{12}]$$

Esercizio 2.5. L'orto magico di Pollicino produce infinite carote, sedani e cipolle. In quanti modi si può comporre un cestino di 10 ortaggi? [66]

Esercizio 2.6. Calcolare il numero di soluzioni dell'equazione

$$x_1 + x_2 + x_3 = n$$

in ciascuno dei due seguenti casi:

1. x_1, x_2, x_3 interi non negativi,
2. x_1, x_2, x_3 interi positivi.

$$[\binom{n+2}{2}, \binom{n-1}{2}]$$

Esercizio 2.7. Calcolare il numero di parole $a_1a_2a_3a_4a_5a_6$ di lunghezza 6 sull'alfabeto $\{0, 1, \dots, 9\}$ tali che nella parola compaiono esattamente 3 simboli dell'alfabeto. $[\binom{10}{3}540]$