Metodi Matematici e Probabilistici - B046 –2012-2013

Secondo Appello – 29 Gennaio 2013

n. 50

Domanda 1) Il Signor Walter produce mele verdi, mele rosse e mele gialle che vende in confezioni da 20 mele ciascuna.

- il 20% delle confezioni contiene solo mele verdi,
- il 20% delle confezioni contiene solo mele rosse,
- il 20% delle confezioni contiene solo mele gialle,
- il 15% delle confezioni contiene 10 mele verdi e 10 mele rosse,
- il 25% delle confezioni contiene 10 mele gialle e 10 mele rosse.

Gianni, sempre distratto, acquista una confezione a caso senza verificarne il contenuto e, senmpre senza guardare, addenta una mela a caso.
Calcolare le seguenti probabilità:

- la probabilità $\mathbb{P}_v$ che Gianni addenti una mela verde,
- la probabilità $\mathbb{P}_r$ che Gianni addenti una mela rossa,
- la probabilità $\mathbb{P}_g$ che Gianni addenti una mela gialla.

Sapendo che Gianni ha addentato una mela verde, calcolare la probabilità $\mathbb{P}_{vv}$ che Gianni abbia acquistato una confezione di sole mele verdi.

$\mathbb{P}_v = \frac{11}{40}$, $\mathbb{P}_r = \frac{2}{5}$, $\mathbb{P}_g = \frac{13}{40}$, $\mathbb{P}_{vv} = \frac{8}{11}$.

Svolgimento

Domanda 2) La v.a. X è esponenziale di parametro $\lambda > 0$. Sia $Y := \mathrm{e}^X$. Determinare

- la densità della v.a. Y,
- i valori di λ per cui Y ha media finita (ed in tal caso calcolarla),
- i valori di λ per cui Y ha varianza finita (ed in tal caso calcolarla).

$f_Y(t) = \begin{cases} 0 & t < 1 \\ \lambda t^{-\lambda-1} & t > 1 \end{cases}$, $\quad \mathrm{E}[Y] = \dfrac{\lambda}{\lambda - 1} \ldots\ldots\ldots$ se $\lambda > 1$, $\quad Var[Y] = \dfrac{\lambda}{(\lambda-2)(\lambda-1)^2}$ se $\lambda > 2$.

Svolgimento

Domanda 3) La v.a. X è geometrica di parametro $p \in (0,1)$. La v.a. Y è distribuita sull'intervallo $[0,1]$ e

$$\mathbb{P}(Y \leq t | X = k) = t^k \quad \forall t \in [0,1],\ \forall k = 1, 2, \ldots.$$

Calcolare funzione di ripartizione, densità, media, mediana della v.a. Y.

$$F_Y(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ \dfrac{pt}{1 - t(1-p)} & t \in [0,1) \\ 1 & t \geq 1 \end{cases}, \qquad f_Y(t) = \begin{cases} \dfrac{p}{(1 - t(1-p))^2} & t \in [0,1) \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}, \qquad \mathrm{E}[Y] = \frac{p}{1-p}\left(\ln(p) + \frac{1}{p} - 1\right),$$

$$\text{mediana di } Y = \frac{1}{p+1}\,.$$

Svolgimento