

Terzo compitino di Analisi I – Compito D

Corso di Laurea in Ingegneria dell'ambiente e del territorio, A.A. 1998–1999
Prof. Vespri

15 gennaio 1999

1. Calcolare i seguenti integrali indefiniti

$$\begin{aligned} (A) \quad & \int \frac{dx}{x^4 + 16}, & (B) \quad & \int \frac{-\cos^3 x - \sin^2 x + 1 + \cos x}{\cos^2 x + 1} dx, \\ (C) \quad & \int \frac{3x - 2}{\sqrt{x^2 + 4}} dx, & (D) \quad & \int \frac{x + 4}{x^2 - 5x + 6} dx. \end{aligned}$$

2. Studiare la convergenza dei seguenti integrali generalizzati

$$(A) \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{\log x (1 - e^x)}{x} dx, \quad (B) \int_5^{+\infty} \left[\frac{2}{(x-4)^5} + \frac{1}{(x-4)^3} \right] dx.$$

3. Calcolare i coefficienti di Fourier della seguente funzione

$$f(x) = \begin{cases} x + \pi, & \text{per } -\pi < x < -\frac{\pi}{2}, \\ -x, & \text{per } |x| \leq \frac{\pi}{2}, \\ x - \pi, & \text{per } \frac{\pi}{2} < x < \pi. \end{cases}$$

4. Disegnare sul piano Oxy il dominio della seguente funzione di due variabili

$$f(x, y) = \frac{\sqrt{x - y^2}}{\log(y + x)}.$$

5. Calcolare, se esistono, i seguenti limiti. Se non esistono, si giustifichi la risposta.

$$(A) \quad \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 - y^3}{\sqrt{x^2 + y^2}}, \quad (B) \quad \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 y^3}{x^5 + |y|^6}$$

6. Individuare i punti di massimo e minimo relativi in \mathbb{R}^2

$$f(x, y) = (x + 1)^3 + (y - 1)^3 - xy.$$

7. Calcolare l'integrale generale delle seguenti eq. differenziali ordinarie

$$(A) \quad u'' + u = x + 1, \quad (B) \quad u' = \frac{u}{2x} + \frac{x^2}{2u}, \quad (C) \quad u' = \frac{x + u}{u - x}.$$