

Secondo compitino di Analisi I – Compito B

Corso di Laurea in Ingegneria dell'ambiente e del territorio, A.A. 1998–1999

Prof. Vespri

3 dicembre 1998

1. Calcolare i seguenti limiti

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(2x) - \cos(x)}{\sin^2 x}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(\cos(2x) - 1)}{\sin(3x) - 3x}, \\ \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan(x^2) + \arctan(1 - \cosh(\sqrt{2}x))}{x^2 + (1 - \cosh(\sqrt{2}x))^2}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + \cos x - x - 2}{\sin x(1 - \cos x)}, \\ \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1 + \sin(x^2))}{\tan(x^2)}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(e^{-x} - \cos x)(\sin x - x)}{x^2(e^{x^2} - 1)}. \end{aligned}$$

2. Calcolare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} (\cot x)^{\frac{1}{\log x}}.$$

3. Determinare l'ordine di infinitesimo per $x \rightarrow 0$ di $f(x)$

$$f(x) = e^{1 - \sin x} - e^{\cos x - x}.$$

4. Tracciare i grafici delle seguenti funzioni, individuando il dominio, eventuali asintoti, massimi e minimi relativi, flessi e punti di singolarità delle derivate prima e seconda

$$\begin{aligned} y = \frac{e^{-x} - 1}{1 + |x|}, \quad y = \sqrt[5]{x(x+1)(x+2)}, \\ y = \sqrt{x^2(1-x)}, \quad y = \log\left(1 + \frac{(x+1)^2}{x^2}\right). \end{aligned}$$

5. Determinare, al variare di k il numero di soluzioni della seguente equazione

$$||x| - 2| = k.$$

6. Calcolare con errore minore di 10^{-4}

$$\sin\left(\frac{1}{2}\right), \quad \frac{1}{\sqrt{e}}.$$

7. Una figura è costituita da un rettangolo sormontato da un quadrato e da un quarto di cerchio. Fissato il perimetro P della figura, determinare il raggio della circonferenza e l'altezza del rettangolo in modo che l'Area sia massima.

8. Determinare il carattere della seguente serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \log\left(\frac{n+5}{n}\right).$$