

## Secondo compitino di Analisi I – Compito C

Corso di Laurea in Ingegneria dell'ambiente e del territorio, A.A. 1998–1999

Prof. Vespri

3 dicembre 1998

1. Calcolare i seguenti limiti

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(3x) - \cos(2x)}{\sin(x^2)}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(2x) - 2x}{x(\cos(2x) - \cos(3x))}, \\ \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan(x^2) - \arctan(\sin^2 x)}{x^2 - \sin^2 x}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x} + \cos x + x - 2}{\tan x \sin(x^2)}, \\ \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(\cos x)}{\sin^2 x}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x (e^x - \cos x)(e^{-x} - \cos x)}{e^{x^3} - 1}. \end{aligned}$$

2. Calcolare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x} \right)^{\tan x}.$$

3. Determinare l'ordine di infinitesimo per  $x \rightarrow 0$  di  $f(x)$

$$f(x) = \log(1 + \sin x) - \log(x + \cos x).$$

4. Tracciare i grafici delle seguenti funzioni, individuando il dominio, eventuali asintoti, massimi e minimi relativi, flessi e punti di singolarità delle derivate prima e seconda

$$\begin{aligned} y = \frac{e^{-x} - 1}{1 - |x|}, \quad y = \sqrt[5]{x(x-1)(x+2)}, \\ y = \sqrt{-x^2(x+1)}, \quad y = \log \left( 1 + \frac{x^2}{(x-1)^2} \right). \end{aligned}$$

5. Determinare, al variare di  $k$  il numero di soluzioni della seguente equazione

$$||x|^5 - 4| = k.$$

6. Calcolare con errore minore di  $10^{-4}$

$$\sin \left( \frac{1}{3} \right), \quad \cosh \left( \frac{1}{2} \right).$$

7. Una figura è costituita da un quadrato sormontato da un rettangolo e da un quadrato a cui è stato tolto un quarto di cerchio. Fissato il perimetro  $P$  della figura, determinare il raggio della circonferenza ed il lato del quadrato in modo che l'Area sia massima.

8. Determinare il carattere della seguente serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \arctan \left( \frac{n^2}{n^4 + 1} \right).$$