

## Secondo compitino di Analisi I – Compito D

Corso di Laurea in Ingegneria dell'ambiente e del territorio, A.A. 1998–1999

Prof. Vespri

3 dicembre 1998

1. Calcolare i seguenti limiti

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(3x) - \cos(2x)}{\sin^2 x}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x}{x(\cos(2x) - \cos x)}, \\ \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan(x^2) - \arctan(1 - \cos(x\sqrt{2}))}{(1 - \cos(x\sqrt{2}))^2}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 2 \cos x + 1}{\sin(x^2)(1 - \cos x)}, \\ \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(\cos(2x))}{\sinh(x^2)}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x (e^x - 1)}{(e^{-x} - 1)(\cos x - 1)}. \end{aligned}$$

2. Calcolare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} (\cot x)^{\sin x}.$$

3. Determinare l'ordine di infinitesimo per  $x \rightarrow 0$  di  $f(x)$

$$f(x) = \log(1 - \sin x) + \log(x + \cos x).$$

4. Tracciare i grafici delle seguenti funzioni, individuando il dominio, eventuali asintoti, massimi e minimi relativi, flessi e punti di singolarità delle derivate prima e seconda

$$\begin{aligned} y = \frac{e^x - 1}{1 - |x|}, \quad y = \sqrt[5]{x(x+1)(x-2)}, \\ y = \sqrt{x^2(x-1)}, \quad y = \log\left(1 + \frac{(x-1)^2}{x^2}\right). \end{aligned}$$

5. Determinare, al variare di  $k$  il numero di soluzioni della seguente equazione

$$||x|^3 - 3| = k.$$

6. Calcolare con errore minore di  $10^{-4}$

$$\cos\left(\frac{1}{3}\right), \quad \sinh\left(\frac{1}{2}\right).$$

7. Una figura è costituita da un rettangolo sormontato da un quadrato e da un quadrato a cui è stato tolto un quarto di cerchio. Fissato il perimetro  $P$  della figura, determinare il raggio della circonferenza e l'altezza del rettangolo in modo che l'Area sia massima.

8. Determinare il carattere della seguente serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \arctan\left(\frac{n^3}{n^4 + 1}\right).$$