

# Terzo compitino di Analisi I – Compito A

Corso di Laurea in Ingegneria dell'ambiente e del territorio, A.A. 1998–1999

Prof. Vespri

15 gennaio 1999

1. Calcolare i seguenti integrali indefiniti

$$\begin{aligned} (A) \quad & \int \frac{dx}{x^4 + x^2 + 1}, & (B) \quad & \int \frac{\sin^3 x - \cos^2 x + 1 + \sin x}{\sin^2 x + 1} dx, \\ (C) \quad & \int \frac{3x + 2}{\sqrt{x^2 + 1}} dx, & (D) \quad & \int \frac{x + 3}{x^2 - 4x + 3} dx. \end{aligned}$$

2. Studiare la convergenza dei seguenti integrali generalizzati

$$(A) \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{\log x \sin x}{x} dx, \quad (B) \int_2^{+\infty} \left[ \frac{1}{(x-1)^3} - \frac{1}{(x-1)^2} \right] dx$$

3. Calcolare i coefficienti di Fourier della seguente funzione

$$f(x) = \begin{cases} |x|, & \text{per } |x| \leq \frac{\pi}{2}, \\ \frac{\pi}{2}, & \text{per } \frac{\pi}{2} < |x| < \pi. \end{cases}$$

4. Disegnare sul piano  $Oxy$  il dominio della seguente funzione di due variabili

$$f(x, y) = \frac{\sqrt{x+y-1}}{\log(x-y+2)}.$$

5. Calcolare, se esistono, i seguenti limiti. Se non esistono, si giustifichi la risposta.

$$(A) \quad \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^3 + y^2}{\sqrt{x^2 + y^2}}, \quad (B) \quad \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy^3}{\sqrt{x^4 + y^{12}}}$$

6. Individuare i punti di massimo e minimo relativi in  $\mathbb{R}^2$

$$f(x, y) = x^2 + xy + y^2 + x + 2y.$$

7. Calcolare l'integrale generale delle seguenti eq. differenziali ordinarie

$$(A) \quad u'' + 2u' + u = e^{-x}, \quad (B) \quad u' = \frac{2u^2}{x(u-x)}, \quad (C) \quad u' + 3xu = x^3 u^3.$$