

Metodi Matematici – 2019-2020
Primo Compitino – 13 novembre 2019

Domanda 1) Definire le nozioni di convergenza quasi ovunque e di convergenza in probabilità per una successione di v.a. $(X_n)_{n \in \mathbb{N}}$ ed enunciare la legge dei grandi numeri.

Domanda 2) Definire la nozione di stato ricorrente per una matrice stocastica. Caratterizzare la ricorrenza di uno stato di una catena di Markov omogenea in termini della probabilità di avere uno o infiniti ritorni.

Domanda 3) Data la matrice stocastica

$$P_2 = \begin{array}{c|ccccccccc} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ \hline 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0.5 \\ 2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 0.7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.3 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.6 & 0.4 \\ 5 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 6 & 0 & 0 & 0.5 & 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 7 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 8 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}$$

la matrice $B := \sum_{k=0}^7 P_2^k$ è data da (le entrate diverse da zero sono approssimate alla seconda cifra decimale)

$$B = \begin{array}{c|ccccccccc} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ \hline 1 & 1.74 & 0 & 1.19 & 1.68 & 0 & 0 & 2.00 & 1.39 \\ 2 & 1.13 & 1 & 1.80 & 1.41 & 0 & 0 & 1.68 & 0.97 \\ 3 & 1.26 & 0 & 1.97 & 1.68 & 0 & 0 & 1.95 & 1.13 \\ 4 & 0.68 & 0 & 1.11 & 2.79 & 0 & 0 & 2.11 & 1.30 \\ 5 & 1.13 & 0 & 1.80 & 1.41 & 1 & 0 & 1.68 & 0.97 \\ 6 & 0.84 & 0 & 1.39 & 2.00 & 0 & 1 & 1.74 & 1.04 \\ 7 & 0.55 & 0 & 0.97 & 2.58 & 0 & 0 & 2.79 & 1.11 \\ 8 & 1.13 & 0 & 1.80 & 1.41 & 0 & 0 & 1.68 & 1.97 \end{array}$$

Individuare le classi chiuse minimali, gli stati transienti e quelli ricorrenti.

Domanda 4) Dire se l'applicazione lineare associata alla matrice stocastica

	1	2	3	4
1	0.5	0	0	0.5
2	0	0	1	0
3	0.7	0	0.3	0
4	0	0.7	0.3	0

ammette pozzo e, in tal caso, determinarlo.

Metodi Matematici – 2019-2020
Primo Compitino – 13 novembre 2019

Domanda 1) Definire la nozione di convergenza in legge per una successione di v.a. $(X_n)_{n \in \mathbb{N}}$ ed enunciare il teorema centrale del limite.

Domanda 2) Definire la nozione di catena di Markov omogenea, di matrice stocastica irriducibile ed enunciare il teorema ergodico per catene di Markov omogenee.

Domanda 3) Data la matrice stocastica

		1	2	3	4	5	6	7	8
	1	0.5	0.4	0.1	0	0	0	0	0
	2	0	0	1	0	0	0	0	0
	3	0	0	0	0	0	0	0.3	0.7
$P_1 =$	4	0	0	0	0.6	0.4	0	0	0
	5	0	0	1	0	0	0	0	0
	6	0	0	0.5	0.5	0	0	0	0
	7	0	0	0	1	0	0	0	0
	8	0	0	0	0	0	0	0.5	0.5

la matrice $B := \sum_{k=0}^7 P_1^k$ è data da (le entrate diverse da zero sono approssimate alla seconda cifra decimale)

		1	2	3	4	5	6	7	8
	1	1.99	0.79	1.22	1.38	0.39	0	0.90	1.33
	2	0	1	1.53	2.02	0.68	0	1.12	1.65
	3	0	0	1.68	2.33	0.81	0	1.29	1.90
$B =$	4	0	0	1.11	3.60	1.28	0	0.81	1.19
	5	0	0	1.53	2.02	1.68	0	1.12	1.65
	6	0	0	1.25	2.61	0.90	1	0.90	1.34
	7	0	0	0.97	3.20	1.11	0	1.68	1.03
	8	0	0	0.74	2.46	0.85	0	1.35	2.60

Individuare le classi chiuse minimali, gli stati transienti e quelli ricorrenti.

Domanda 4) Dire se l'applicazione lineare associata alla matrice stocastica

	1	2	3	4
1	0	0.5	0	0.5
2	0	0	1.0	0
3	0.7	0	0.3	0
4	0	0	1.0	0

ammette pozzo e, in tal caso, determinarlo.