

Domanda 1) Definire la nozione di stato ricorrente e di stato transiente per una matrice stocastica. Definire la nozione di visite nello stato j , del numero atteso di ritorni nello stato j e dire qual è il legame con la nozione di stati ricorrenti e stati transienti.

Domanda 2) Dato un campione gaussiano X_1, X_2, \dots, X_n , di valore atteso μ e varianza σ^2 , introdurre le statistiche pivot legate al campione.

Domanda 3) Data la matrice stocastica

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | |
|-------|---|------|---|------|------|------|---|------|------|
| $P =$ | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0.50 | 0 | 0.50 | 0 |
| | 2 | 0 | 0 | 1.00 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | 3 | 0.70 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0.30 | 0 |
| | 4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0.60 | 0.40 |
| | 5 | 0 | 0 | 1.00 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | 6 | 0 | 0 | 0.50 | 0.50 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | 7 | 0 | 0 | 0 | 1.00 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | 8 | 0 | 0 | 1.00 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

la matrice $B := \sum_{k=0}^7 P_1^k$ è data da (le entrate diverse da zero sono approssimate alla seconda cifra decimale)

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | |
|-------|---|------|---|------|------|------|---|------|------|
| $B =$ | 1 | 1.74 | 0 | 1.19 | 1.68 | 0.81 | 0 | 2 | 0.58 |
| | 2 | 1.13 | 1 | 1.80 | 1.41 | 0.51 | 0 | 1.68 | 0.46 |
| | 3 | 1.26 | 0 | 1.97 | 1.68 | 0.56 | 0 | 1.95 | 0.56 |
| | 4 | 0.68 | 0 | 1.11 | 2.79 | 0.27 | 0 | 2.11 | 1.03 |
| | 5 | 1.13 | 0 | 1.80 | 1.41 | 1.51 | 0 | 1.68 | 0.46 |
| | 6 | 0.84 | 0 | 1.39 | 2 | 0.37 | 1 | 1.74 | 0.67 |
| | 7 | 0.55 | 0 | 0.97 | 2.58 | 0.22 | 0 | 2.79 | 0.89 |
| | 8 | 1.13 | 0 | 1.80 | 1.41 | 0.51 | 0 | 1.68 | 1.46 |

Individuare le classi chiuse minimali, gli stati transienti e quelli ricorrenti.

Si può inoltre calcolare la matrice P^4 , data da

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|-------|---|-------|-------|-------|---|-------|------|
| 1 | 0 | 0 | 0.20 | 0.45 | 0.175 | 0 | 0.175 | 0 |
| 2 | 0 | 0 | 0.35 | 0.35 | 0 | 0 | 0.18 | 0.12 |
| 3 | 0.245 | 0 | 0.12 | 0.18 | 0 | 0 | 0.315 | 0.14 |
| 4 | 0 | 0 | 0.24 | 0.48 | 0.14 | 0 | 0.14 | 0 |
| 5 | 0 | 0 | 0.35 | 0.35 | 0 | 0 | 0.18 | 0.12 |
| 6 | 0.14 | 0 | 0.175 | 0.175 | 0 | 0 | 0.33 | 0.18 |
| 7 | 0.28 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0.48 | 0.24 |
| 8 | 0 | 0 | 0.35 | 0.35 | 0 | 0 | 0.18 | 0.12 |

ed osservare che la massima distanza tra due righe di P^4 è pari a 1.72. Dire se una catena di Markov omogenea avente matrice di transizione P ammette una distribuzione asintotica e se in tale distribuzione esistono stati a densità discreta pari a zero.

Domanda 4) Sia Y_1, \dots, Y_{1000} un campione statistico. In un esperimento si rilevano le modalità 0, 1, 2, 3 con rispettive frequenze assolute di 506, 386, 99, 9. Si dica, in base a tali dati e al test del χ^2 , se è accettabile con livello di significatività $\alpha = 0.05$ l'ipotesi che il campione abbia distribuzione binomiale di parametri $n = 3$, $p = 1/5$.