

Metodi Matematici – 2019-2020
Secondo appello – 29 gennaio 2020

Domanda 1) Enunciare la legge debole dei grandi numeri. Definire la funzione di ripartizione empirica ed enunciare le sue proprietà di convergenza.

Domanda 2) Definire la nozione di catena di Markov a tempo discreto e di tempo di ritorno in uno stato.

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|-----|-----|-----|-----|-----|---|-----|-----|
| 1 | 0.5 | 0.4 | 0.1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0.3 | 0.7 |
| 4 | 0 | 0 | 0 | 0.6 | 0.4 | 0 | 0 | 0 |
| 5 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 6 | 0 | 0 | 0.5 | 0.5 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 7 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 8 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0.5 | 0.5 |

Domanda 3) Si consideri la matrice stocastica $P =$

Si ha $B := \sum_{k=0}^7 P^k =$

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|------|------|------|------|------|---|------|------|
| 1 | 1.99 | 0.79 | 1.22 | 1.38 | 0.39 | 0 | 0.90 | 1.33 |
| 2 | 0 | 1 | 1.53 | 2.02 | 0.68 | 0 | 1.12 | 1.65 |
| 3 | 0 | 0 | 1.68 | 2.33 | 0.81 | 0 | 1.29 | 1.90 |
| 4 | 0 | 0 | 1.11 | 3.60 | 1.28 | 0 | 0.81 | 1.19 |
| 5 | 0 | 0 | 1.53 | 2.02 | 1.68 | 0 | 1.12 | 1.65 |
| 6 | 0 | 0 | 1.25 | 2.61 | 0.90 | 1 | 0.90 | 1.34 |
| 7 | 0 | 0 | 0.97 | 3.20 | 1.11 | 0 | 1.68 | 1.03 |
| 8 | 0 | 0 | 0.74 | 2.46 | 0.85 | 0 | 1.35 | 2.60 |

(le entrate diverse da zero sono approssimate alla seconda cifra decimale).
 Individuare le classi chiuse minimali, gli stati ricorrenti e gli stati transienti.
 Si ha inoltre

$P^3 =$

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|------|------|------|------|------|---|------|------|
| 1 | .125 | .100 | .225 | .030 | 0 | 0 | .170 | .350 |
| 2 | 0 | 0 | 0 | .300 | 0 | 0 | .350 | .350 |
| 3 | 0 | 0 | 0 | .530 | .120 | 0 | .175 | .175 |
| 4 | 0 | 0 | .240 | .216 | .144 | 0 | .120 | .280 |
| 5 | 0 | 0 | 0 | .300 | 0 | 0 | .350 | .350 |
| 6 | 0 | 0 | .200 | .330 | .120 | 0 | .175 | .175 |
| 7 | 0 | 0 | .400 | .360 | .240 | 0 | 0 | 0 |
| 8 | 0 | 0 | 0 | .550 | .200 | 0 | .125 | .125 |

e la massima distanza tra le righe di P^3 è 1.49. Dire se esiste una distribuzione asintotica, giustificando la risposta.

Domanda 4) Sia Y_1, \dots, Y_{1000} un campione statistico. In un esperimento si rilevano le modalità 0, 1, 2, 3, con rispettive frequenze assolute di 3160, 432, 213, 394. Si dica, in base a tali dati e al test del χ^2 , se è accettabile con livello di significatività $\alpha = 0.05$ l'ipotesi che il campione abbia distribuzione binomiale di parametri $n = 3$, $p = 1/3$