

**Programma di Analisi Matematica 1 e 2**  
**Università di Firenze - Facoltà di Ingegneria**  
Corsi di Laurea in Ingegneria Elettrica e Ingegneria Gestionale  
a.a. 2004/2005 - Prof. M.Patrizia Pera  
(Ultimo aggiornamento: 21/01/05)

### **Numeri**

Insiemi (unione, intersezione, differenza, insieme vuoto, complementare). Numeri naturali, interi, razionali. I numeri reali: assiomi algebrici, ordinamento. Quantificatori logici. Disuguaglianze. Valore assoluto. Potenze e radici. Logaritmi. Intervalli. Massimo, minimo, maggioranti, minoranti, estremo inferiore e superiore di un insieme. Proprietà di completezza dei reali. Proprietà di Archimede. Densità dei razionali. Applicazioni tra insiemi, applicazioni iniettive, suriettive, biiettive. Dominio, codominio, immagine e grafico di una applicazione. I numeri complessi. Forma trigonometrica dei numeri complessi. Potenza n-esima di un numero complesso.

### **Funzioni reali di una variabile (limiti e continuità)**

Funzioni reali di variabile reale. Funzioni limitate. Funzioni monotone. Funzioni inverse. Polinomi e funzioni razionali. Principali funzioni trascendenti (funzioni esponenziali e logaritmiche, funzioni trigonometriche e loro inverse, funzioni iperboliche). La funzione parte intera. Elementi di topologia della retta reale: intorni di un punto, punti di accumulazione, punti isolati, punti interni, punti di frontiera, insiemi chiusi, insiemi aperti, chiusura e frontiera di un insieme. Massimi e minimi assoluti e relativi. Limiti delle funzioni (finiti e infiniti). Teorema di unicità del limite. Teorema della permanenza del segno. Teorema dei carabinieri. Teorema sulle operazioni per il calcolo dei limiti. Forme indeterminate. Limite destro e sinistro. Limite di funzione composta. Teorema di esistenza del limite per funzioni monotone. Limiti fondamentali e conseguenze. Infinitesimi e infiniti. Il simbolo o-piccolo. Continuità. Teorema di continuità delle funzioni combinate (somma, prodotto, quoziente e composizione). Classificazione delle discontinuità. Teorema degli zeri. Teorema dei valori intermedi. Teorema di continuità di una funzione inversa. Teorema di Weierstrass.

## **Funzioni reali di una variabile (derivate)**

Definizione di derivata. Derivata destra e sinistra. Punti angolosi. Interpretazione geometrica della derivata. Differenziale. Regole di derivazione (somma, prodotto, quoziente, composizione e funzione inversa). Derivate delle principali funzioni. Teorema di Fermat. Teoremi di Rolle e Lagrange. Conseguenze del Teorema di Lagrange. Teoremi di de L'Hopital. Derivate di ordine superiore. Formula di Taylor col resto nella forma di Peano. Formula di Taylor col resto nella forma di Lagrange. Formula di MacLaurin. Applicazioni della formula di Taylor al calcolo dei limiti e ad alcuni problemi di approssimazione. Asintoti di una funzione. Funzioni convesse in un intervallo. Condizioni sufficienti per l'esistenza di massimi e minimi relativi. Punti di flesso. Studi di funzione.

## **Successioni e serie numeriche reali**

Definizione di successione. Limite di una successione. Successioni convergenti, divergenti e indeterminate. Teoremi sui limiti delle successioni. Successioni limitate. Successioni monotone. Estremo inferiore ed estremo superiore di una successione. Teorema di esistenza del limite per le successioni monotone. Il numero  $e$  come limite di una successione. Teorema di collegamento e alcune sue applicazioni. Radice  $n$ -esima,  $n$  fattoriale e calcolo di alcuni limiti connessi a queste nozioni. Serie numeriche. Somma di una serie. Carattere di una serie. Condizione necessaria per la convergenza. Serie geometrica. Serie armonica e serie armonica generalizzata. Serie a termini positivi. Criterio del confronto. Criterio del confronto asintotico. Criterio della convergenza assoluta. Serie a segni alterni. Criterio di Leibniz.

## **Integrali semplici**

Definizione di integrale definito. Insiemi trascurabili e condizione necessaria e sufficiente per l'integrabilità. Proprietà degli integrali definiti (linearità, monotonia, additività). Teorema della media per gli integrali. Primitive. Teorema fondamentale del calcolo integrale. Formula fondamentale del calcolo integrale. Integrali indefiniti. Formula di integrazione per parti per gli integrali indefiniti e definiti. Formula di integrazione per sostituzione per gli integrali indefiniti e definiti. Integrazione delle funzioni elementari o dedotte da funzioni elementari. Integrazione delle funzioni razionali. Alcuni metodi di integrazione. Applicazione dell'integrale definito al calcolo di aree di figure piane e al calcolo di volumi di solidi di rotazione. Integrali

impropri. Criteri di convergenza (confronto, confronto asintotico, convergenza assoluta). La funzione degli errori. Definizione del logaritmo tramite l'integrale. Criterio dell'integrale per le serie numeriche.

### **Funzioni di più variabili**

Lo spazio  $\mathbb{R}^2$ ,  $\mathbb{R}^3$ ,  $\mathbb{R}^n$ . Norma e distanza. Prodotto scalare. Elementi di topologia in  $\mathbb{R}^n$  (intorni di un punto, punti di accumulazione, punti isolati, punti di frontiera, insiemi chiusi, insiemi aperti). Insiemi limitati. Funzioni reali di due o più variabili reali. Limiti (finiti e infiniti). Limiti direzionali. Continuità. Teorema di continuità delle funzioni combinate. Teorema di Weierstrass. Derivate parziali. Gradiente. Derivate direzionali. Differenziabilità e sue conseguenze. Piano tangente. Teorema del differenziale totale. Derivate parziali di ordine superiore. Teorema di Schwarz. Massimi e minimi relativi. Condizione necessaria per i punti estremanti (teorema di Fermat). Ricerca di massimi e minimi assoluti in insiemi chiusi e limitati. Matrice hessiana (in due variabili). Condizione sufficiente per i punti estremanti. Funzioni vettoriali di più variabili. Limiti e continuità. Matrice Jacobiana. Coordinate polari, sferiche, cilindriche e loro Jacobiani.

### **Integrali multipli**

Integrali doppi. Insiemi trascurabili in  $\mathbb{R}^2$  e condizione necessaria e sufficiente per l'integrabilità. Teorema di riduzione per gli integrali doppi (di Fubini). Integrale in un insieme limitato di  $\mathbb{R}^2$ . Formule di riduzione deducibili dal Teorema di Fubini. Proprietà degli integrali doppi (linearità, monotonia, additività). Formula di cambiamento di variabili per gli integrali doppi. Applicazioni degli integrali doppi al calcolo di masse, baricentri e momenti d'inerzia. Integrali tripli (cenni). Formule di riduzione per gli integrali tripli (formula degli "spaghetti" e delle "fette"). Formula di cambiamento di variabili per gli integrali tripli. Applicazioni degli integrali tripli al calcolo di masse, baricentri e momenti d'inerzia.

### **Testo per prerequisiti**

- Boieri P. - Chiti G., Precorso di Matematica, Zanichelli.

### **Testi di riferimento**

- Bertsch M. - Dal Passo R., Elementi di Analisi Matematica, Aracne, Roma.

- Registro dettagliato delle lezioni in formato pdf (reperibile all'indirizzo <http://www.dma.unifi.it/~pera>).

**Testi consigliati per approfondimenti**

- Anichini G. - Conti G., Funzione di una variabile, Pitagora Editrice.
- Adams R.A. Calcolo Differenziale 1: Funzioni di una variabile, Casa Editrice Ambrosiana.
- Bramanti M. - Pagani C.D. - Salsa S., Matematica (calcolo infinitesimale e algebra lineare), Zanichelli.

**Testi consigliati per esercizi**

- Marcellini P.- Sbordone C., Esercitazioni di Matematica 1, Liguori Editore.
- Spiegel, Analisi Matematica, Collana Schaum, McGraw-Hill libri Italia.