METODI MATEMATICI - IDI - A.A. 2003-2004

19 luglio 2004 - prova scritta secondo appello

Risolvere gli esercizi proposti giustificando il ragionamento seguito. Accanto ad ogni esercizio è riportato il punteggio massimo ottenibile. In caso di solzione corretta ma non adeguatamente giustificata il punteggio può essere inferiore al massimo.

Esercizio 1: **(4 punti)** Disegnare le linee di livello di parte reale e parte immaginaria della funzione $f\colon \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ definita da $f(z) = \log(2z)$.

Esercizio 2: **(6 punti)** Determinare raggio di convergenza e somma della serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n-1)x^{2n}}{4^n}$.

Esercizio 3:

a) (4 punti) Determinare una base ortonormale per lo spazio vettoriale

$$V = \left\{ f(x) = \frac{a}{x} + bx, \quad a, b \in \mathbb{R}, \quad x \in [1,2] \right\}.$$

b) (4 punti) Calcolare la migliore approssimante della funzione $g(x) = 1$ nel senso dei minimi quadrati e valutare l'errore commesso con l'approssimazione.

Esercizio 4:

a) (4 punti) Scrivere la trasformata di Fourier della funzione $f(x)$ disegnata in fig.1.

b) (4 punti) Sfruttare il risultato precedente per calcolare la trasformata di Fourier della funzione $g(x)$ in fig.2.

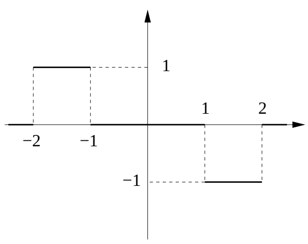

Figura 1

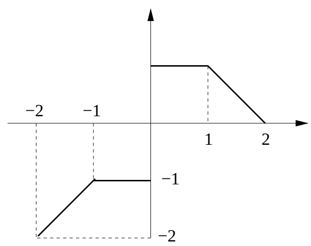

Figura 2

Esercizio 5: **(6 punti)** Utilizzando il più possibile le proprietà delle trasformate, scrivere la trasformata di Laplace di $f(x) = \displaystyle\int_0^x te^{-2t}\cos(t)\,dt$.

Nota: anche se è possibile, il calcolo dell'integrale è molto laborioso ed è quindi sconsigliato.