

**26 giugno 2008 - prova scritta quarto appello**

Risolvere gli esercizi proposti giustificando il ragionamento seguito. In caso di soluzione corretta ma non adeguatamente giustificata il punteggio può essere inferiore al massimo.

**Sono ammessi alla prova orale gli studenti che risolvono correttamente e completamente l'esercizio 1 e uno a scelta tra i successivi.**

**Esercizio 1:** Risolvere l'equazione

$$\frac{(z + i - |z|)(z^2 + 3z + 3)z}{z + 2 - i} = 0.$$

**Esercizio 2:** Risolvere, per  $x > 0$ , l'equazione

$$\frac{1}{2} \int_0^x u(x-t) (2e^t + e^{-t} - u(t)) dt = \sinh(x).$$

Si determini il semipiano di convergenza della trasformata di Laplace delle soluzioni.

**Esercizio 3:** Determinare, se esiste, una funzione  $f(z)$  olomorfa per  $z \neq 0$  tale che  $f(1) = 2i - 1$ .

**Esercizio 4:** Sia  $V$  lo spazio vettoriale dei polinomi  $p(x)$  di grado minore o uguale a 3 tali che  $p(0) = p(2) = 0$ .

Determinare la migliore approssimazione nel senso dei minimi quadrati, per  $x \in (0, 2)$ , della funzione  $g(x) = \chi_{[0,2]}(x)$  mediante elementi di  $V$ . Calcolare l'errore commesso con l'approssimazione.