

15 settembre 2006 - prova scritta terzo appello

Risolvere gli esercizi proposti giustificando il ragionamento seguito. Accanto ad ogni esercizio è riportato il punteggio massimo ottenibile. In caso di soluzione corretta ma non adeguatamente giustificata il punteggio può essere inferiore al massimo.

Esercizio 1:

(7 punti) Determinare le soluzioni $z \in \mathbb{C}$ dell'equazione $e^{3z} - e^{\bar{z}} = 2 \sinh(\bar{z})$.

Esercizio 2:

a) (6 punti) Determinare una funzione continua $u(x)$ tale che

$$u(0) = 0, \quad u'(0) = 2$$

e

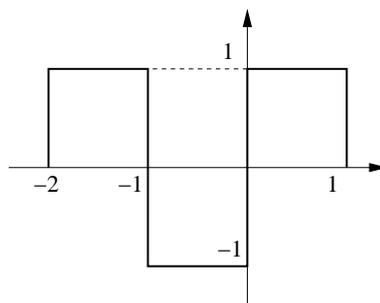
$$\int_0^x u(t) u''(x-t) dt = -x, \quad x > 0.$$

Esercizio 3: Facendo uso della trasformata di Fourier determinare:

a) (4 punti) La parte pari di $f(x)$

a) (4 punti) La parte dispari di $f(x)$

dove $f(x)$ è la funzione il cui grafico è riportato in figura.



Esercizio 4:

(6 punti) Determinare, se esiste, una funzione olomorfa tale che

$$\begin{cases} \operatorname{Im}(f) = y + e^{-y} \sin(x) \\ f(1) = e^i \end{cases}, \quad \text{dove } z = x + iy$$

Esercizio 5:

a) (4 punti) Determinare una base ortonormale per lo spazio V delle funzioni della forma $f(x) = a + b \cosh(x) + c \sinh(x)$, con $a, b, c \in \mathbb{R}$.

b) (4 punti) Determinare la migliore approssimazione di $g(x) = 1 + e^x$ per $x \in [-1, 1]$ mediante funzioni di V e calcolare l'errore commesso.