

n. 1 cognome

nome

matricola

| | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

| | | | | | | | | | | | |
|-----------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|
| Risposte | 1 | 2 | 4 | 4 | 4 | | | | | | |
| Domande | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |

Scrivere il numero della risposta che si ritiene corretta sopra al numero della domanda corrispondente.

Domande a risposta multipla: esatta = +3, errata = -1, in bianco = 0.

Domande con svolgimento: 5 punti se svolte giustificando in maniera esauriente tutti i passaggi necessari. Il punteggio si può ridurre in caso di svolgimento non adeguatamente giustificato.

Valore totale del compito: 40 punti. **Sufficienza:** 18 punti. **Ammissione all'orale:** 13 punti.

Tempo a disposizione: 2 ore. **Domanda 3:** solo per programma 2002-2003. **Domanda 8:** solo per programma 2001-2002.

Domanda 1) Siano $f(x) = \sin(7x)$, $g(x) = |x|^{-1/3}$. Quale tra le funzioni f e g è in $L^2([-1, 1])$?

- 1) soltanto $f(x)$.
- 2) soltanto $g(x)$.
- 3) entrambe.
- 4) nessuna delle due.

Domanda 2) Quali tra le funzioni

$$f(z) = \bar{z}, \quad e \quad g(z) = |z|^2.$$

è derivabile in senso complesso?

- 1) Soltanto $g(z)$.
- 2) Nessuna delle due.
- 3) Soltanto $f(z)$.
- 4) Entrambe.

Domanda 3) Determinare il raggio di convergenza ρ della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{3n+2}{9n^2+4}\right)^n z^n$$

- 1) $\rho = e^{4/3}$
- 2) $\rho = e^{-1}$
- 3) $\rho = e^{3/4}$
- 4) $\rho = 1$

Domanda 4) Se disegnato sul piano cartesiano, l'insieme degli $z \in \mathbb{C}$ di modulo $\sqrt{2} - 1$ tali che $|z - 2 - 2i| = 1$ è

- 1) una retta.
- 2) una circonferenza.
- 3) un segmento.
- 4) l'insieme vuoto.

Domanda 5) La trasformata di Fourier di $f(x) = xe^{-|x|}$ vale

- 1) $\frac{x}{1+x^2}$
- 2) $\frac{ix}{(1+x^2)^2}$
- 3) $-\frac{2x}{1+x^4+2x^2}$
- 4) $-\frac{2ix}{1+x^4+2x^2}$

Domanda 6) Sviluppare in serie di Fourier in $[-\pi, \pi]$ la funzione $f(x) = 1 + e^x$.

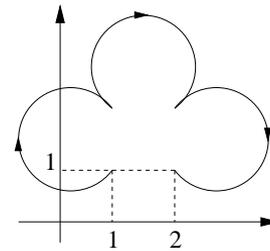
1) DOMANDA CON SVOLGIMENTO

Domanda 7) Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' - 3y' - 4y = e^{x-1} \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = -1 \end{cases}$$

1) DOMANDA CON SVOLGIMENTO

Domanda 8) Calcolare $\int_{\gamma} z dz$ dove γ è la curva riportata in figura percorsa nel senso indicato dalle frecce.



1) DOMANDA CON SVOLGIMENTO

Domanda 9) Determinare gli $z \in \mathbb{C}$ tali che

$$\bar{z}^2 - i|z|\operatorname{Re} z \operatorname{Im} z = 0.$$

1) DOMANDA CON SVOLGIMENTO

Domanda 10) Calcolare la trasformata di Laplace $\hat{f}(s)$ della funzione $f(x) = x \sin x$. Quanto vale l'ascissa di convergenza di \hat{f} ?

1) DOMANDA CON SVOLGIMENTO

Domanda 11) Quale tra le funzioni del tipo $y = ax^2$ meglio approssima per $x \in [0,1]$ la funzione $f(x) = (x+1)^2 - 1$ nel senso dei minimi quadrati? Calcolare l'errore commesso con l'approssimazione.

1) DOMANDA CON SVOLGIMENTO