

n. 1 cognome

nome

matricola

--	--	--	--	--	--	--	--

<b>Risposte</b>	1	1	1	4	4						
<b>Domande</b>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

Scrivere il numero della risposta che si ritiene corretta sopra al numero della domanda corrispondente.

**Domande a risposta multipla:** esatta = +3, errata = -1, in bianco = 0.

**Domande con svolgimento:** 5 punti se svolte giustificando in maniera esauriente tutti i passaggi necessari. Il punteggio si può ridurre in caso di svolgimento non adeguatamente giustificato.

**Sufficienza:** 18 punti. **Ammissione all'orale:** 13 punti. **Tempo a disposizione:** 2 ore.

**Es. 3** solo per programma 2002-2003, **Es. 10** solo per programma 2001-2002.

**Domanda 1)** La trasformata di Laplace  $\hat{f}(s)$  di  $f(x) = \int_0^x t^4(x-t)^6 dt$  vale

- 1)  $\frac{4! \cdot 6!}{s^{12}}$       2)  $\frac{17280}{s^{10}}$       3)  $\frac{4! \cdot 6!}{s^{35}}$       4)  $-\frac{4! \cdot 6!}{s^{12}}$

**Domanda 2)** Siano  $f(x) = 1/\sqrt[4]{|x|}$ ,  $g(x) = |x|^{-1/2}$ . Quale tra le funzioni  $f$  e  $g$  è in  $L^2([-1, 1])$ ?

- 1) soltanto  $f(x)$ .      2) nessuna delle due.  
3) soltanto  $g(x)$ .      4) entrambe.

**Domanda 3)** Per quali  $x \in \mathbb{R}$  converge la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{4^n n^2}?$$

- 1)  $-1 \leq x \leq 7$       2)  $-4 \leq x < 4$   
3)  $-4 \leq x \leq 4$       4)  $-1 < x < 7$

**Domanda 4)** Sia  $f(z)$  una funzione olomorfa in un certo dominio aperto  $D \subset \mathbb{C}$ . Poniamo  $z = x + iy$ ; quale delle affermazioni seguenti è esatta?

- 1)  $f(z)$  può avere un polo in  $D$ .  
2) Se  $u = \text{Re } f$  e  $v = \text{Im } f$ ,  $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$  per ogni  $z \in D$ .  
3)  $\frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial y} = 0$  per ogni  $z \in D$ .  
4)  $f(z)$  è derivabile infinite volte per ogni  $z \in D$

**Domanda 5)** Se disegnato sul piano cartesiano, l'insieme degli  $z \in \mathbb{C}$  di modulo  $\sqrt{3} - 1$  tali che  $|z - 1 - i| = 1$  è

- 1) una retta.      2) l'insieme vuoto.  
3) una circonferenza.      4) due punti.

**Domanda 6)** Determinare la migliore approssimazione nel senso dei minimi quadrati del vettore  $(2, 3, 1)$  mediante vettori del piano di equazione  $x + y - z = 0$ .

**Suggerimento:** i vettori  $(1, 0, 1)$  e  $(1, 2, -1)$  sono una base ortogonale del piano.

1) DOMANDA CON SVOLGIMENTO

**Domanda 7)** Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' - 2y' + 2 = x \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = -1 \end{cases}$$

1) DOMANDA CON SVOLGIMENTO

**Domanda 8)** Sia  $z \in \mathbb{C}$ . Risolvere l'equazione

$$((z-1)\sqrt{1+i})^2 = 1 + i + 2(2-z)\text{Im } z.$$

1) DOMANDA CON SVOLGIMENTO

**Domanda 9)** Calcolare la trasformata di Laplace  $\hat{f}(s)$  della funzione  $f(x) = x^2 |\cos x|$ . Quanto vale l'ascissa di convergenza di  $\hat{f}$ ?

1) DOMANDA CON SVOLGIMENTO

**Domanda 10)** In quali punti di  $[-\pi, \pi]$  la somma della serie di Fourier di

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{per } |x| < \pi/2 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

non coincide con il valore di  $f$ ? Qual'è il valore della serie in tali punti?

1) DOMANDA CON SVOLGIMENTO

**Domanda 11)** Utilizzando il teorema dei residui, calcolare

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^4 + 16}$$

1) DOMANDA CON SVOLGIMENTO