METODI MATEMATICI - IDI - A.A. 2007-2008

11 luglio 2008 - prova scritta sesto appello

Risolvere gli esercizi proposti giustificando il ragionamento seguito. In caso di soluzione corretta ma non adeguatamente giustificata il punteggio può essere inferiore al massimo.

Sono ammessi alla prova orale gli studenti che risolvono correttamente e completamente l'esercizio 1 e uno a scelta tra i successivi.

Esercizio 1: Risolvere l'equazione

$$\frac{(z^2+4z+5)\log(z^2(z^4-z^2+1))}{z+2-i}=0.$$

Esercizio 2: Risolvere, per $x>0$, il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y''-5y'+6y=e^{2x}+e^{3x} \\ y(0)=0 \\ y'(0)=1 \end{cases}$$

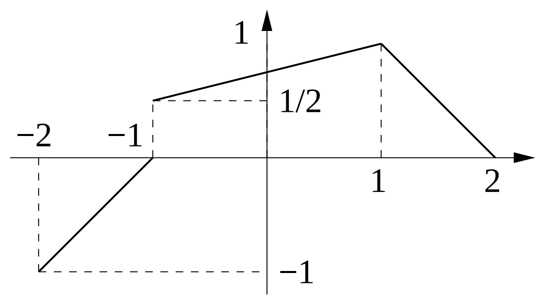
Si determini il semipiano di convergenza della trasformata di Laplace della soluzione.

Esercizio 3: Determinare raggio di convergenza e somma della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(2n-1)!-(-1)^n}{(2n-1)!}\,z^{2n}.$$

Indicata con $f(z)$ la somma della serie, quanto vale $f(x)-f(-x)$ per $x\in\mathbb{R}$?

Esercizio 4: Si determini la trasformata di Fourier della funzione $f(x)$ il cui grafico è riportato in figura



Si dica poi se le funzioni seguenti sono o meno trasformabili secondo Fourier e in caso affermativo, si scrivano le loro trasformate in termini di $\widehat{f}(\xi)$:

a) $g_1(x)=f(2x)-f(-2x)$

b) $g_2(x)=f(x-4k)$ per $x\in[4k-2,4k+2]$, $k\in\mathbb{Z}$

c) $g_3(x)=\int_{-\infty}^{\infty}f(t)\sin(x-t)\,dt$