METODI MATEMATICI - IDI - A.A. 2007-2008

11 gennaio 2008 - prova scritta secondo appello

Risolvere gli esercizi proposti giustificando il ragionamento seguito. In caso di soluzione corretta ma non adeguatamente giustificata il punteggio può essere inferiore al massimo.

Sono ammessi alla prova orale gli studenti che risolvono correttamente e completamente l'esercizio 1 più uno a scelta tra i successivi.

Esercizio 1: Determinare gli $z \in \mathbb{C}$ tali che

$$\begin{cases} z^7 = z \\ \dfrac{(z-|z|)^3}{|z|} - |z^2| = 0 \end{cases} .$$

Esercizio 2: Sviluppare la funzione $f(x) = \cos x$ in serie di soli seni nell'intervallo $[0, \pi]$. A cosa converge puntualmente la serie per gli $x \in [-\pi, \pi]$.

Esercizio 3: Determinare, per $x > 0$, la soluzione dell'equazione

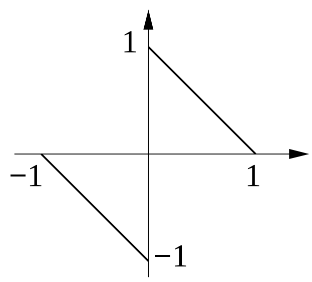
$$\int_0^x f'(t) f(x-t)\, dt = \frac{x^2}{2} + 2x$$

tale che $f(0) = 2$.

Esercizio 4: Determinare la migliore approssimazione nel senso dei minimi quadrati della funzione disegnata in figura, per $x \in [-\pi, \pi]$, mediante elementi di

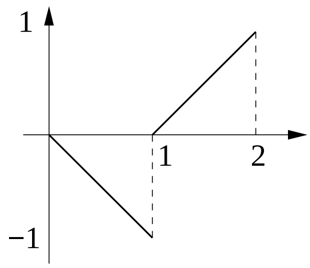
$$V = \{a + bx + c \sin x + d \cos x,\ a, b, c, d \in \mathbb{R}\}.$$

Calcolare l'errore commesso con l'approssimazione.



Esercizio 5: Calcolare la trasformata di Fourier della funzione

$$f(x) = \begin{cases} \displaystyle\int_0^x g(t)\, dt, & x > 0 \\ g(-x), & x < 0 \end{cases}$$



dove $g(x)$ è la funzione il cui grafico è riportato in figura.