METODI MATEMATICI - IDI - A.A. 2005-2006

21 dicembre 2006 - prova scritta quarto appello

Risolvere gli esercizi proposti giustificando il ragionamento seguito. Accanto ad ogni esercizio è riportato il punteggio massimo ottenibile. In caso di soluzione corretta ma non adeguatamente giustificata il punteggio può essere inferiore al massimo.

Esercizio 1: **(6 punti)** Determinare gli $z \in \mathbb{C}$ tali che $\begin{cases} z|z|^2 + \overline{z} = |z|^2 \\ \left(z + \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^4 = -\frac{9}{4} \end{cases}$

Esercizio 2: **(7 punti)** Siano $f(z)$ e $g(z)$ rispettivamente la somma delle serie di potenze

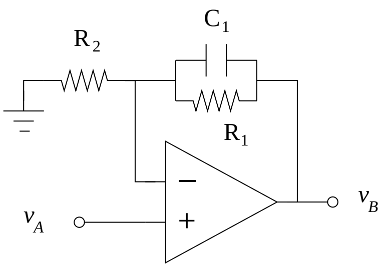
$$\frac{1}{2}\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n}{2^{n-1}}(z+3)^{n-1}, \qquad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(z-2)^n}{6^n}.$$

Si determini per quali valori di $z \in \mathbb{C}$ è verificata l'uguaglianza $f(z) = g(z)$.

Esercizio 3: Un amplificatore operazionale ideale è utilizzato come amplificatore non invertente secondo lo schema riportato in figura. La funzione di trasferimento del circuito è $A(s) = 1 + \frac{R_1}{R_2} \cdot \frac{1}{1+sR_1C_1}$. Se $R_1 = R_2 = 1$ KΩ, $C_1 = 1$ nF, risulta $A(s) = 1 + \dfrac{1}{s+1}$.

a) (4 punti) Che segnale $v_B(x)$ si ottiene in uscita in presenza del segnale $v_A(x) = \chi_{[0,1]}(x)$ in ingresso?

b) (4 punti) Che segnale $v_A(x)$ è necessario fornire in ingresso per avere $v_B(x) = \sin x$ in uscita?



Esercizio 4: Sia $\Omega = [-1, 1]$. Determinare la migliore approssimazione in Ω, nel senso dei minimi quadrati delle funzioni

a) (4 punti) $f(x) = x^3$

a) (4 punti) $g(x) = \pi - x + \frac{\sqrt{2}}{\pi}x^2 - x^3$

mediante polinomi di grado minore o uguale a 2.

Esercizio 5: **(6 punti)** Sia $f(x) = \dfrac{8}{x^2 - 8x + 17}$.

Quanto vale la trasformata di Fourier di $g(x) = \sin(x)\dfrac{d}{dx}f(x)$?