

n. 1 cognome

nome

matricola

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

<b>Risposte</b>	3	3	4	1	4					
<b>Domande</b>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Scrivere il numero della risposta che si ritiene corretta sopra al numero della corrispondente domanda.

**Domande a risposta multipla:** esatta = +3, errata = -1, in bianco = 0.

**Domande con svolgimento: 5 punti** se svolte giustificando in maniera esauriente (e in italiano comprensibile!) tutti i passaggi necessari. **Il punteggio si riduce** anche in caso di svolgimento corretto ma non adeguatamente giustificato.

**Valore totale del compito:** 40 punti. **Sufficienza:** 18 punti.

**Tempo a disposizione:** 2 ore.

**Domanda 1)** Sia  $f(z)$  una funzione olomorfa in un certo dominio aperto  $D \subset \mathbb{C}$ . Poniamo  $z = x + iy$ ; quale delle affermazioni seguenti è esatta?

- $f(z)$  può avere un polo in  $D$ .
- $\frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial y} = 0$  per ogni  $z \in D$ .
- $f(z)$  è derivabile infinite volte per ogni  $z \in D$ .
- Sia  $\gamma$  un cammino chiuso con supporto contenuto in  $D$ , allora  $\int_{\gamma} f(z) dz = 0$ .

**Domanda 2)** Sia  $f(x) \in L^1(\mathbb{R})$  una funzione reale pari. Supponiamo che  $f$  sia derivabile 2 volte e che  $f''(x) \in L^1(\mathbb{R})$ . Sia infine  $\hat{f}(\xi)$  la trasformata di Fourier di  $f$ . Quale delle affermazioni seguenti è falsa?

- $\hat{f}$  è pari.
- $\hat{f}$  è reale.
- $\hat{f}$  è derivabile due volte.
- $\lim_{x \rightarrow \infty} \xi^2 \hat{f} = 0$

**Domanda 3)** Se disegnato sul piano cartesiano, l'insieme degli  $z \in \mathbb{C}$  di modulo  $\sqrt{2} - 1$  tali che  $|z - 1 - i| = 1$  è

- una circonferenza.
- l'insieme vuoto.
- una retta.
- un punto.

**Domanda 4)** Siano  $f(x) = 1/\sqrt{x}$ ,  $g(x) = x^{-1/4}$ . Quale tra le funzioni  $f$  e  $g$  è in  $L^2([-1, 1])$ ?

- soltanto  $g(x)$ .
- nessuna delle due.
- entrambe.
- soltanto  $f(x)$ .

**Domanda 5)** Sia  $f(x)$ , se esiste, la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} \frac{y'}{\sin x} = \sqrt{\frac{1-y^2}{1-\sin^2 x}} \\ y(0) = 1 \end{cases} .$$

- $f(x)$  non esiste, ovvero il problema non ammette soluzione.
- $f(2\pi) = 1$ .
- È definita per tutti gli  $x \in \mathbb{R}$  tali che  $\cos(x) > 0$ .
- $f(x)$  è definita soltanto per  $x \in (-\pi/2, \pi/2)$ .

**Domanda 6)** Siano  $f(x)$  e  $g(x)$  due funzioni continue su tutto  $\mathbb{R}$ ; sia  $f(x) \neq 0$  per ogni  $x \in \mathbb{R}$  e tale che  $f(0) = 2$ . Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' - \frac{f'(x)}{f(x)} y = g(x) \\ y(0) = -2 \end{cases} .$$

1) DOMANDA CON SVOLGIMENTO

**Domanda 7)** Calcolare, utilizzando la notazione che si ritiene più conveniente, lo sviluppo in serie di Fourier di  $f(x) = \sinh(x)$ .

1) DOMANDA CON SVOLGIMENTO

**Domanda 8)** Utilizzando il teorema dei residui, calcolare

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^4 + 4} .$$

1) DOMANDA CON SVOLGIMENTO

**Domanda 9)** Sia  $z \in \mathbb{C}$ . Risolvere l'equazione  $\operatorname{Re}(z) \operatorname{Im}(z) = iz + z^2$ .

1) DOMANDA CON SVOLGIMENTO

**Domanda 10)** Calcolare la trasformata di Laplace  $\hat{f}(s)$  della funzione  $f(x) = |\sin x| \cosh x$ . Quanto vale l'ascissa di convergenza di  $\hat{f}$ ?

1) DOMANDA CON SVOLGIMENTO