

n. 1 cognome

nome

matricola

--	--	--	--	--	--	--	--

Risposte	4	1	3	2	3					
Domande	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Domande a risposta multipla: Esatta = +3, Bianca = 0, Errata = -1;

Domande con svolgimento: 5 punti se svolte giustificando in maniera esauriente (e in italiano comprensibile!) tutti i passaggi necessari. Il punteggio si riduce anche in caso di risultato esatto ma non giustificato esaurientemente.

Valore totale del compito: 40 punti; **Sufficienza:** 18

Tempo a disposizione: 2 ore

Domanda 1) Calcolare $I = \int_C z^2 dx$, dove $C = \{z \in \mathbb{C} \text{ t.c. } |z-1| = 1, \text{Im } z > 1/2\}$.

- 1) $I = \frac{1}{2} \int_{-1-\sqrt{3}/2}^{1+\sqrt{3}/2} (x+i)^2 dx$
- 2) $I = 0$
- 3) $I = \sqrt{3}(i+i)$
- 4) $I = -\sqrt{3}(i+i)$

Domanda 2) Da quanti parametri dipende la soluzione generale dell'equazione $(y''' + y'' + y')(y''' - y') = 0$?

- 1) 6
- 2) 5
- 3) 9
- 4) 4

Domanda 3) Il semipiano di convergenza della trasformata di Laplace $F(s)$ di $f(x) = e^{2x} \cos(5x) + e^x \sin(x)$ è:

- 1) $\text{Re } s < 1$
- 2) $\text{Re } s < 2$
- 3) $\text{Re } s > 2$
- 4) $\text{Re } s > -1$

Domanda 4) Sia $f(x) = \begin{cases} 1 & x \in [4n, 4n+3], n \in \mathbb{N} \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$. La trasformata di Laplace di $f(x)$ è:

- 1) $\frac{e^{\frac{3s}{2}} \sinh(3s/2)}{s \sinh(2s)}$
- 2) $\frac{e^{\frac{s}{2}} \sinh(3s/2)}{s \sinh(2s)}$
- 3) $\frac{e^{-3s} - 1}{s(1 - e^{-4s})}$
- 4) $\frac{e^s \sin(s)}{s \sin(2s)}$

Domanda 5) Sia $f(z)$ una funzione olomorfa, sia $w \in \mathbb{C}$ e sia γ un circuito che racchiude w al suo interno. Quale delle uguaglianze seguenti è vera?

- 1) $f'(w) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma} \frac{f(z)}{z-w} dz$
- 2) $\frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma} \frac{f(z)}{z-w} dz = 0$
- 3) $f'(w) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma} \frac{f(z)}{(z-w)^2} dz$
- 4) $\text{Res}(f, w) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma} \frac{f(z)}{z-w} dz$

Domanda 6) Determinare la soluzione generale dell'equazione differenziale $y''' - y'' - 2y' = 1 + e^{-x} + 4 \sin(2x)$.

1) DOMANDA CON SVOLGIMENTO

Domanda 7) Risolvere, anche in forma implicita, il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{x - (y-1)}{(y-1) - 2x} \\ y(1) = 1 \end{cases}$$

1) DOMANDA CON SVOLGIMENTO

Domanda 8) Determinare la migliore approssimazione nel senso dei minimi quadrati della funzione $f(x) = e^x$ per $x \in [-\pi, \pi]$ mediante funzioni del tipo $a \cos x + b \sin x$. Calcolare poi l'errore commesso con l'approssimazione.

1) DOMANDA CON SVOLGIMENTO

Domanda 9) Calcolare la trasformata di Fourier $\hat{f}(\xi)$ della funzione $f(x) = \begin{cases} (2 - |x|) \cos x & x \in [-2, 2] \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$

1) DOMANDA CON SVOLGIMENTO

Domanda 10) Sia $f(x)$ una funzione di ordine esponenziale α e sia $F(s)$ la trasformata di Laplace di f .

Dimostrare che $\mathcal{L}[f(cx)](s) = \frac{F(s/c)}{c}$ e calcolare l'ascissa di convergenza di $f(cx)$.

1) DOMANDA CON SVOLGIMENTO