

Prova Scritta di Matematica II

Primo appello 23-06-2016

Svolgere almeno due dei seguenti esercizi giustificando il procedimento seguito.

Esercizio 1 Sia dato il campo vettoriale

$$\underline{F} = (e^z - e^y + (2y + 2z - a)e^x, e^z - (x + z)e^y + ae^x, (x + y)e^z - e^y + ae^x),$$

- determinare, se esistono, dei valori della costante a per cui il campo è conservativo, e in tali casi determinare il potenziale U del campo tale che $U(0, 0, 2) = 0$;
- Per $a = 0$ calcolare il lavoro compiuto dal campo quando si percorre la diagonale del cubo $[0, 1]^3$ partendo dall'origine.

Esercizio 2 Determinare massimi e minimi locali e globali della funzione

$$f(x, y) = (x - 1)^2(y - 2) - y^2$$

nel dominio $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2: (x - 1)^2 + (y - 2)^2 \leq 9, y - x \leq 4\}$

Esercizio 3 Calcolare la massa del solido

$$P = \{(x, y, z): x, y \geq 0, 0 \leq z \leq 4, y \leq (4 - z)^2 - x^2\}$$

la cui densità è $\rho(x, y, z) = xy$.

Esercizio 4 Scrivere l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y' = \frac{1}{1 - x^2}y + \frac{4x}{\sqrt{1 - x^2}}$$