

Prova Scritta di Matematica II

Settimo appello 17-03-2016

Svolgere almeno due dei seguenti esercizi giustificando il procedimento seguito.

Esercizio 1 Si consideri l'equazione differenziale

$$y''' - 5y'' + 6y' = \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right).$$

- Esistono soluzioni periodiche dell'equazione differenziale tali che $y(0) = 1$? In caso affermativo determinarle.
- Che relazione deve sussistere tra le costanti a , b , c perché la soluzione del problema di Cauchy con condizioni iniziali $y(0) = a$, $y'(0) = b$, $y''(0) = c$ sia periodica?

Esercizio 2 Calcolare il volume della regione interna al cilindro di equazione $x^2 + y^2 = 1$ compreso tra il paraboloido $z = x^2 + y^2 - 2$ ed il piano $x + y + z = 4$.

Esercizio 3 Data la curva definita implicitamente dalla relazione

$$(x^2 + y^2)^2 = a^2(x^2 - y^2)$$

- scrivere l'equazione della curva in coordinate polari e tracciare il disegno del sostegno della curva specificando se si tratta di una curva regolare, semplice e chiusa.
- calcolare l'area della regione di piano racchiusa dalla curva.

Esercizio 4 Determinare i punti di estremo locale e globale della funzione

$$f(x, y) = (1 - x^2 - 4y^2)^2$$

all'interno del quadrato $[-1, 1] \times [-1, 1]$