

Prova Scritta di Matematica II

Quinto appello 21-01-2016

Svolgere almeno due dei seguenti esercizi giustificando il procedimento seguito.

Esercizio 1 Sia dato il campo vettoriale

$$\underline{F} = (2yz + 3x^2z, 2xz - y, 2xy + cx^3 + 3),$$

- determinare, se esiste, il valore della costante c per cui il campo è conservativo, e per tale valore di c determinare il potenziale U del campo tale che $U(0, 0, 2) = 0$;
- per $c = 1$ calcolare il lavoro del campo lungo la curva $\gamma(t) = (t^3 - 2, t^4 + 3t^2, t + 1)$, $t \in [0, 1]$;
- per $c = 2$ calcolare il lavoro del campo lungo il segmento che unisce i punti $(0, 0, 0)$ e $(1, 2, 0)$, percorso nel senso delle x crescenti.

Esercizio 2 Sia

$$f(x) = \cos\left(x - \frac{x^k}{6}\right) - \cos(x).$$

Stabilire per quali valori di $k \geq 0$ la serie $\sum_{k=0}^{\infty} f\left(\frac{1}{n}\right)$ risulta convergente. In quali casi la convergenza è assoluta?

Esercizio 3 Calcolare

$$\iint_D \frac{xy}{x^2 + y^2} dx dy$$

dove D è il dominio delimitato dalla spirale di equazione $\rho = \vartheta$ e dalla parte negativa dell'asse delle y .

Esercizio 4 Verificare che l'equazione

$$e^{x-y} + x^2 - y^2 - e(x+1) - 1 = 0$$

definisce implicitamente una funzione $y = f(x)$ in un intorno di $x = 0$. Dimostrare che il punto $x = 0$ è un punto di minimo per f .