

Prova Scritta di Matematica II

Terzo appello 03-09-2015

Svolgere almeno due dei seguenti esercizi giustificando il procedimento seguito.

Esercizio 1 Risolvere il problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' - \frac{1}{t^2}y = \frac{1}{t^2}e^{2/t} \\ y(1) = 2e^2 \end{cases}$$

specificando il dominio della soluzione trovata.

Esercizio 2 Determinare l'immagine della restrizione della funzione

$$f(x, y) = \frac{x^2 + 2xy - y^2}{1 + |x| + |y|}$$

al bordo del dominio $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| + |y| \leq 1\}$.

Esercizio 3 Si consideri l'insieme

$$E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, |y| \leq \min\{x^2, 2x - x^2\}\}.$$

- Disegnare E e ∂E .
- Determinare il baricentro di E
- Scrivere ∂E in forma parametrica e calcolarne la lunghezza.

Esercizio 4 Sia $E_1 = E \cap \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \geq 0\}$ dove E è l'insieme definito nell'esercizio 3.

Calcolare il volume del solido ottenuto facendo ruotare completamente E_1 intorno all'asse x .