

Prova Scritta di Matematica II

Primo appello 23-06-2015

Svolgere almeno due dei seguenti esercizi giustificando il procedimento seguito.

Esercizio 1 a) Determinare la soluzione generale dell'equazione differenziale

$$u' + t \frac{u^2 - 1}{u} = 0.$$

b) Scrivere esplicitamente la soluzione dei problemi di Cauchy

$$\begin{cases} u' + t \frac{u^2 - 1}{u} = 0 \\ u(-1) = -(1 + e) \end{cases} \quad \text{e} \quad \begin{cases} u' + t \frac{u^2 - 1}{u} = 0 \\ u(1) = 1 \end{cases}$$

Esercizio 2 Per quali valori di $x > 0$ la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{x^n n!}$$

risulta convergente?

Esercizio 3 Determinare massimi e minimi assoluti e relativi della funzione

$$f(x, y) = 8(x - 1)^2 + y^4 - 4xy^2$$

nel dominio $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y^2 \leq 4x + 8, x \leq 3, y \geq -1\}$

Esercizio 4 Sia

$$E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : xy \leq \sqrt{3}, x^2 + y^2 \leq 4, x \geq 0, y \geq 0\}.$$

- Calcolare il volume del solido ottenuto mediante una rotazione completa di E intorno all'asse delle y .
- Calcolare la massa di una lamina pesante avente la forma di E e densità

$$D(x, y) = \frac{x + y}{\sqrt{x^2 + y^2}}.$$