n. **0** Matricola: **0000000**

Nome:

Esercizio 1

Si consideri la funzione $$f(x) = \int_{-1}^{x} \frac{\sqrt{|1-a|}}{(t+a)\sqrt{|t+1|}}\, dt.$$

a) Si determini, al variare di $a \in \mathbb{R}$, il dominio della funzione f.

b) Determinare il valore di a tale che la funzione f ammetta la retta $y = \pi$ come asintoto orizzontale per $x \to +\infty$.

c) Tracciare il grafico di f individuando le ascisse dei punti di flesso.

Esercizio 2

Data la serie: $$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sqrt{n} \left[1 - \frac{2k}{n} - \cos\left(\frac{2}{n^k}\right)\right], \qquad k \in \mathbb{R}$$

a) stabilire per quali valori di $k \geq 0$ la serie è convergente.

b) stabilire per quali valori di $k \geq 0$ la serie è assolutamente convergente.

Esercizio 3

Sia dato il campo vettoriale
$$\underline{F} = (ae^{2y+z} - by\sin(x+z), 2axe^{2y+z} + b\cos(x+z) + 1, axe^{2y+z} - by\sin(x+z))$$
dove a, b sono parametri reali.

a) Determinare, se esistono, i valori di a, b tali che il campo $\underline{F}$ sia conservativo.

b) Determinare, se esistono, i valori di a, b tali che il lavoro del campo $\underline{F}$ lungo la circonferenza, contenuta nel piano $z = 0$, di centro l'origine e raggio 1, percorsa in senso orario, sia uguale a 1.

c) Determinare, se esistono, i valori di a, b che rendono uguali i lavori compiuti dal campo $\underline{F}$ lungo le curve γ_1 e γ_2, dove
$$\gamma_1(t) = (1 + t(t-1), t^2, t), \quad t \in [0, 1]$$
$$\gamma_2(t) = (1 - t, t^3, t^2), \quad t \in [0, 1]$$

Esercizio 4

Sia Sia $D = \{(x, y) : \; x^2 + y^2 \leq 1, 1 - y \geq |x|\}$.

a) Calcolare
$$\iint_D (y - yx^2)\, dxdy$$

b) Determinare, mediante lo studio delle linee di livello, il massimo ed il minimo assoluto di
$$f(x, y) = e^{\sqrt{x^2+(y-1)^2-1}}$$
nell'insieme dato dall'intersezione tra D ed il dominio di f.

n. **0** Matricola: **0000000**

Nome: —— ——

Esercizio 1

Si consideri la funzione
$$f(x) = \int_{-1}^{x} \frac{\sqrt{|a+1|}}{(t-a)\sqrt{|t+1|}}\, dt.$$

a) Si determini, al variare di $a \in \mathbb{R}$, il dominio della funzione f.

b) Determinare il valore di a tale che la funzione f ammetta la retta $y = \pi$ come asintoto orizzontale per $x \to +\infty$.

c) Tracciare il grafico di f individuando le ascisse dei punti di flesso.

Esercizio 2

Data la serie:
$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sqrt{n} \left[e^{-\frac{k}{n}} - \left(1 - \frac{1}{n^k}\right)\right], \qquad k \in \mathbb{R},$$

a) stabilire per quali valori di $k \geq 0$ la serie è convergente.

b) stabilire per quali valori di $k \geq 0$ la serie è assolutamente convergente.

Esercizio 3

Sia dato il campo vettoriale
$$\underline{F} = (ae^{y-z} - by\cos(x+z) + 1, axe^{y-z} - b\sin(x+z), -axe^{y-z} - by\cos(x+z))$$
dove a, b sono parametri reali.

a) Determinare, se esistono, i valori di a, b tali che il campo $\underline{F}$ sia conservativo.

b) Determinare, se esistono, i valori di a, b tali che il lavoro del campo $\underline{F}$ lungo la circonferenza, contenuta nel piano $z = 0$, di centro l'origine e raggio 1, percorsa in senso orario, sia uguale a 1.

c) Determinare, se esistono, i valori di a, b che rendono uguali i lavori compiuti dal campo $\underline{F}$ lungo le curve γ_1 e γ_2, dove
$$\gamma_1(t) = (1 + t(t-1), t^2, t), \quad t \in [0,1]$$
$$\gamma_2(t) = (1-t, t^3, t^2), \quad t \in [0,1]$$

Esercizio 4

Sia $D = \{(x,y) : x^2 + y^2 \leq 1, y + 1 \geq |x|\}$.

a) Calcolare
$$\iint_D (y - yx^2)\, dxdy$$

b) Determinare, mediante lo studio delle linee di livello, il massimo ed il minimo assoluto di
$$f(x,y) = e^{\sqrt{x^2+(y+1)^2-1}}$$
nell'insieme dato dall'intersezione tra D ed il dominio di f.